

әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті

ӘОЖ 539.1:524.354.6

Қолжазба құқығында

Мансурова Айжан Акжигитқызы

**Квадрупольдық моменті ескерілген нейтронды жұлдыздардың
гравитациялық өрісі**

6D060500-Ядролық физика

Философия докторы (PhD)
дәрежесін алу үшін дайындалған диссертация

Ғылыми кеңесшілер:
ф.м-ғ.к, қауымдастырылған профессор,
әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Алматы,
Қазақстан
Бейсен Нұрзада Әбдібекқызы

ф.м-ғ.д, профессор, Мексика Ұлттық
Автономдық Университеті, Мехико,
Мексика
Эрнандо Кеведо

Қазақстан Республикасы
Алматы, 2023

МАЗМҰНЫ

ҚЫСҚАРТУЛАР МЕН БЕЛГІЛЕУЛЕР	4
КІРІСПЕ	5
ТАРАУ 1. ЖАЛПЫ САЛЫСТЫРМАЛЫЛЫҚ ТЕОРИЯСЫНЫҢ ФИЗИКАЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ	9
1.1 Ньютондық гравитация теориясы	10
1.2 Жалпы салыстырмалық теориясының физикалық негіздері	13
1.3 Астрофизикадағы ықшам объектілер және Гравитациялық тұжырымдар	17
1.4 Ықшам объектілер кластары	19
1.5 Ақ ергежейлілер және нейтрондық жұлдыздар	21
1.6 Шағын рентгендік көздері	22
1.7 Радио пульсарлар	25
1.8 Галактикалық орталықтардағы аса массивті қарақұрдымдар	26
1.9 Гамма-сәулелерінің жарылғыштары	29
1.10 Ықшам объектілердің гравитациясы	35
1.11 Геометриялық түсініктер және жалпы салыстырмалылық	35
1.12 Эйнштейннің жалпы салыстырмалық теориясының негізгі принциптері	37
ТАРАУ 2. ВАКУУМДЫҚ ӨРІСТЕГІ ШЕШІМДЕР	40
2.1 Жалпы салыстырмалық теориясының көпполюсті моменттері	40
2.2 Бианчи сәйкестігі және еркін өрістегі шешім	41
2.3 Бос емес кеңістіктегі Бианчи сәйкестіктері	44
2.4 Ықшам көздерден энергия импульсінің сәулеленуі	51
2.5 Айналмалы өзекше	55
ТАРАУ 3. СТАЦИОНАРЛЫҚ ОСЬТІК СИММЕТРИЯЛЫ ВАКУУМДЫҚ ШЕШІМДЕР	58
3.1 Квадрупольдық гравитациялық өрістер	58
3.1.1 q -метрикамен сипатталған квадрупольдық гравитациялық өрістер	58
3.1.2 Зипой-Вурхиз түрлендіруі	59
3.2 Квадрупольдық моменті ескерілген мінсіз сұйықтық ерітінділері үшін теңдеудің шешімдері	61
3.2.1 Сыртқы q -Метрика	63
3.2.2 Ішкі метрика	64

3.2.3	Сызықтандырылған кводрупольдық метрика	66
3.2.4	Жалпы вакуумдық шешім	67
3.2.5	Ньютондық шек	68
3.2.6	Мінсіз сұйықтыққа арналған шешім	69
3.2.7	Бастапқы шешім	71
3.2.8	Сәйкестік шарттары	71
3.2.9	Арнайы ішкі шешімдері	72
3.2.10	Тұрақтылар арқылы анықталатын шешімдер	73
3.2.11	Кеңістіктік тәуелділігі бар шешімдер	74
3.2.12	Баротропты шешімдер	76
3.2.13.	Политропты шешімдер	80
3.2.14.	Шешімдердің физикалық маңызы туралы	81
3.2.15	Эрнандес-Пастора, Эррера және Марти Метрикасы	85
3.2.16	Сызықтандырылған өріс теңдеулері	86
	ҚОРЫТЫНДЫ	88
	ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР	90

ҚЫСҚАРТУЛАР МЕН БЕЛГІЛЕУЛЕР

АСТ – арнайы салыстырмалық теориясы

ЖСТ – жалпы салыстырмалық теориясы

M_{\odot} – күннің массасы

ГГ – гравитация геометриясы

ГСЖ – гамма сәулелерінің жарылысы

ПК – парсек

PSR – пульсарлардың типтері

БМС – Бонди-Метцнер-Сакс шоқжұлдызы

СГС – сантиметр – грамм- секунд

КІРІСПЕ

Зерттеудің жалпы сипаттамасы:

Бұл жұмыс Эйнштейннің жалпы салыстырмалық теориясын қолдана отырып, ақ ергежейлі және нейтрондық жұлдыздар сияқты астрофизикалық ықшам объектілердің гравитациялық өрісін түсіндіруге арналған.

Эйнштейннің теңдеулерінің ішкі шешімі идеалды сұйықтықтың мысалында, оны статикалық және өстік симметриялық уақыт-кеңістігіндегі жағдайында зерттелді.

Мұнда масса мен квадрупольді моментті анықтайтын екі параметрмен сипатталатын сыртқы q -метрикамен ішкі кеңістік-уақыт біркелкі үйлестірілген деген физикалық шарт қолданылды. Есептеулерді мейілінше жеңілдету үшін сыртқы q -метриканың ішкі аналогы изотропты идеалды сұйықтық табиғатымен ұқсас деген ұйғарым жасалынды. Шынында да, сыртқы статикалық және өстік симметриялық гравитация көзімен үйлесімді, барынша жалпыланған ішкі шешім, төрт кернеуге ғана ие бола алады. Біз мұнда олардың үшеуі ескерусіз шамалы мәндер деп есептеп, тек бір изотропты кернеуге ие идеалды сұйықтық аламыз. Сонымен қатар, изотропты идеалды сұйықтық өте идеалдандырылған модель болып табылады, өйткені идеалды сұйықтықтың статикалық және изотропты көздері, кем дегенде, сығылмайтын сұйықтықтың күй теңдеуі жағдайында сфералық болуы керек. Бұл, тіпті шағын қысым анизотропиялары идеалдандырылған изотропты конфигурациядан бірден алыстап, сұйықтықтың таралуында үзілістерді тудыруы мүмкін екеніне байланысты. Сонымен қатар, жақында жарияланған жұмыстарда, изотропиялық жағдайдың тұрақтылығын талдай отырып, жұлдыздың эволюциясы кезінде болатын нақты физикалық процестер массаның таралу динамикалық эволюциясы кезінде жойыла алмайтын қысымның анизотропиясының пайда болуына сөзсіз әкелетіні анықталды. Сондықтан кейбір зерттеу нәтижелері шынайы жұлдыздар эволюциясының соңғы тепе-теңдік конфигурациясы қысым анизотропиясының болуымен сипатталатынын көрсетеді. Дегенмен, бұл жұмыста біз алынған өріс теңдеулерінің математикалық күрделілігін жеңілдету үшін изотропия шартын қабылдаймыз. Осы жұмыс нәтижелері математикалық тұрғыда кейбір күй теңдеулері үшін Эйнштейн теңдеулері орындалатын квадрупольді идеалды сұйықтықтың жуық шешімдерін табуға болатынын көрсетеді.

Зерттеудің өзектілігі:

Эйнштейн ұсынған гравитация теориясы гравитациялық өрістің әрекетін түсіндіру үшін кеңінен қолданылады. Өйткені оның жарамдылығы макроскопиялық сценарийлердің кең ауқымында тәжірибе жүзінде дәлелденген. Ақ ергежейлі, нейтрондық жұлдыздар және планеталар сияқты ықшам объектілер тудыратын гравитациялық өрісті анықтау үшін екі байланысты мәселені қарастыру керек, оның бірі ішкі және екіншісі сыртқы гравитациялық өрістер. Жақында жүргізілген зерттеулер мұндай объектілердің гравитациялық өрісін дәл сипаттау үшін жоғары көпполюсті моменттер маңызды рөл атқара алатынын көрсетті және бұл зерттеулерге бағытталған күш-жігер осы объектілердің кеңістіктегі әрекетін түсінуді жақсарту үшін өте маңызды.

Дегенмен, физикалық тұрғыда маңызды ішкі шешімдерді іздеу оңай жұмыс емес. Шешімдердің бірегей еместігін ескерсек, зерттеу қиындықтарының артатынын байқауға болады. Шынында да, Биркгоф теоремасы Шварцшильд метрикасының Эйнштейн тендеулерінің жалғыз сфералық симметриялы вакуумдық шешімі екеніне кепілдік бергенімен, Шварцшильд метрикасымен салыстыруға болатын көптеген сфералық симметриялы ішкі шешімдер бар. Осы тік симметрия жағдайында жағдай одан да күрделі. Соңғы жұмыстарда квадрупольдермен бірнеше сыртқы шешімдерді салыстыру келтірілген. Олардың барлығы әртүрлі аналитикалық өрнектермен берілген және мультипольді моменттердің әртүрлі жиынтықтарымен сипатталатыны анықталды. Осы тұрғыдан алғанда, олардың барлығы физикалық жағынан бір-бірінен ерекшеленеді. Сондықтан сыртқы шешімдердің әрқайсысымен салыстыруға болатын көптеген ішкі метрикалар болады деп күтуге болады. Мұндай жағдайдың мысалы, q -метрика үшін ішкі шешімдер осы жұмыста жан қақта талданып шешімдері ұсынылған.

Зерттеудің мақсаты:

Идеал сұйықтықтың статикалық осьтік симметриялы көзі жағдайында Эйнштейннің ішкі тендеулерін зерттеу үшін квадрупольді импульсі бар нейтрондық жұлдыздардың ішкі және сыртқы гравитациялық өрістерін зерттеу.

Осы мақсатқа жету үшін келесі тапсырмалар қойылды:

1. Ықшам объектілердің гравитациялық өрісін түсіндіру үшін квадрупольдық моментті ескеретін өріс тендеулерін есептеу

2. Алынған өріс тендеулерін, әртүрлі типтегі күй тендеулерін және жұлдыздар бетіндегі сәйкестендіру шарттарын ескере отырып, ақ ергежейлі және нейтрондық жұлдыздардың гравитациялық өрісін сипаттау

3. Квадрупольдық моментті ескеретін ақ ергежейлілер және нейтрондық жұлдыздардың гравитациялық өрісін сипаттайтын күй тендеулеріне талдау жасау және тиімді күй тендеулерін анықтау

Зерттеу нысаны:

Ақ ергежейлі және нейтрондық жұлдыздар сияқты ықшам нысандар

Зерттеудің құралы:

Зерттеу нысаны арнайы бағдарламалық қамтамасыз етуде жүргізілетін есептеудің аналитикалық және сандық әдістері болып табылады.

Диссертацияны қорғаудағы негізгі қағидалар:

1. Квадрупольдық моменті ескерілген Эйнштейн өріс тендеулерінің статикалық сыртқы шешімдері 5 параметрлік шешімдер тобымен анықталады және олар асимптотикалық тегіс және асимптотикалық емес тегіс шешімдерді қамтиды.

2. Айнымалы тығыздыққа ие квадрупольдық моменті бар нейтрондық жұлдыздардың ішкі гравитациялық өрісі үшін Эйнштейн тендеулерінің жаңа сфералық емес шешімдері массаның таралуы, массаның шекті мәндері, радиусы және энергиясы қатынасы, сондай-ақ, сәйкестік және деформацияланатын объектінің бетіндегі сыртқы жуықталған метрикамен біркелкі ұштастыру шарттарын қанағаттандырады.

3. Нейтрондық жұлдыздар үшін қысымның тығыздықтан тәуелді эффективті күй теңдеуі политроптық күй теңдеуімен сипатталады және сәйкес өріс теңдеулерінің шешімдері нейтрондық жұлдыздар ішінде сингулярлық емес қасиетке ие.

Ғылыми зерттеудің жаңалығы:

1. Квадрупольдық моментті ескере отырып, Эйнштейннің өріс теңдеулерінің статикалық сыртқы шешімдері тобы алынды, бұл шешімдер 5 параметрден тұрып, асимптотикалық тегіс және асимптотикалық емес тегіс шешімдерді қамтиды. Алынған шешімдер ықшам нысандардың сыртқы гравитациялық өрісін сипаттайды.

2. Айнымалы тығыздыққа ие ықшам нысандардың ішкі гравитациялық өрісі үшін, квадрупольдық моментті ескеретін Эйнштейн теңдеулерінің жаңа сфералық емес шешімдері алынды. Алынған шешімдер барлық физикалық шарттарды қанағаттандырады, атап айтқанда: заттың таралуы, массаның және ықшам объектінің радиусының шекті болуы және энергияның оң болуы. Сондай-ақ, алынған ішкі шешімдер деформацияланатын объектінің бетіндегі сыртқы жуықталған метрикамен біркелкі сәйкестендіру шартын да қанағаттандырады.

3. Қысымның тығыздықтан тәуелді тиімді күй теңдеуін және нейтрондық жұлдыздар үшін политроптық күй теңдеуімен жуықтап шешуге болатыны анықталды. Сингулярлық қасиетке ие сыртқы метрикаға сәйкес келетін ішкі шешімдер тығыздық пен қысымның энергетикалық шарттарын қанағаттандырды. Алынған шешімдерді квадрупольдік моментті ескеріп, ықшам нысандар үшін гравитациялық өрісті сипаттауға болатыны анықталды.

Зерттеудің әдістемелік негізі:

Теориялық зерттеулер үшін негізінен зерттелетін модельдер мен сценарийлердің параметрлерін шектеу үшін жалпы салыстырмалылық теориясының әдістері қолданылды. Жетілдірілген сандық әдістер мен компьютерлік модельдеуді қолдану арқылы оларды сандық түрде ұсынылып, сыналды. Сәйкесінше, алынған аналитикалық және сандық нәтижелерді нейтрондық жұлдыздар мен ақ ергежейлілер сияқты астрофизикалық ықшам объектілер туралы арнайы журналдар мен мақалалардағы зерттеулер нәтижелерімен салыстыру жүргізілді.

Жұмыстың ғылыми-тәжірибелік маңыздылығы:

Бұл зерттеу жұмысы теориялық зерттеуге жатады. Алынған нәтижелер квадрупольдің мәнін алуға көмек береді және релятивистік әсерлерде маңызды рөл атқаратын астрофизика, навигациялық жүйелер және спутниктік технологиядағы елеулі қолданыстарға әкелуі мүмкін.

Автордың жеке үлесі:

Автордың жеке үлесі – автордың негізгі ғылыми нәтижелерді алуға тікелей атсалысқанында болып табылады. Теориялық есептеулердің және модельдердің сандық талдауларының барлық нәтижелерін автордың өзі алды. Міндеттерді қою және идеяларды әзірлеу ғылыми кеңесшілермен бірлесіп жүргізілді. Диссертация тақырыбы бойынша барлық басылымдар оның тікелей қатысуымен дайындалды.

Диссертация нәтижелерінің сенімділігі:

1. Осы жұмыста келтірілген теориялық болжам жалпы салыстырмалылық саласындағы белгілі ғылыми еңбектердің жалғасы болып табылады. Алынған нәтижелер бұрынырақ жасалынған басқа да зерттеулердің нәтижелерімен тікелей байланысты және олардың логикалық жалғасы болып табылады.

2. Жұмыста келтірілген теориялық нәтижелер бұрынырақ жасалынған жұмыстардың нәтижелерімен жақсы үйлеседі.

Диссертацияның нәтижелерін сынақ тестілеуі:

Диссертацияның негізгі нәтижелері Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ-дың физика-техникалық факультетінің семинарларында, сондай-ақ келесі халықаралық конференцияларда ұсынылып, талқыланды:

- «Фараби әлемі» - Халықаралық студенттер мен жастардың ғылыми конференциясы (2018 ж., Алматы қ., Қазақстан);

- «Фараби әлемі» - Халықаралық студенттер мен жастардың ғылыми конференциясы (2019 ж., Алматы қ., Қазақстан);

- «Фараби әлемі» - Халықаралық студенттер мен жастардың ғылыми конференциясы (2020 ж., Алматы қ., Қазақстан);

Жарияланымдар:

Диссертациялық жұмыстың материалдары негізінде 7 басылым жарық көрді. Бұл басылымдардың төртеуі мақалалар, олардың біреуі Thomson Reuters (ISI Web of Knowledge) және Scopus деректер базасында сілтемесі бар, үш мақала Қазақстан Республикасының Білім және ғылым министрлігінің Білім және ғылымды бақылау комитеті ұсынған ғылыми басылымдарында жарық көрген. Жергілікті халықаралық конференцияда үш баяндама жасалды:

1. Abishev M. et al. Approximate perfect fluid solutions with quadrupole moment //International Journal of Modern Physics D. – 2021. – Т. 30. – №. 13. – С. 2150096. (Scopus: жоғарғы процентилі 95%; диссертация саласы бойынша процентилі: 70%)

2. Abishev M. E. et al. Стационарное вакуумное решение уравнений Эйнштейна //Вестник. Серия Физическая (ВКФ). – 2019. – Т. 69. – №. 2. – С. 4-9. (ҚР БҒМ БҒССҚК ұсынылған)

3. Абишев М. Е. и др. Определения релятивистских мультипольных моментов в ньютоновской гравитации массивных объектов //Вестник Казахского национального университета. Серия физическая. – 2020. – №. 1. – С. 11-18. (ҚР БҒМ БҒССҚК ұсынылған)

4. Mansurova A. A. et al. Согласование условий для внутреннего и внешнего пространства-времени астрофизических компактных объектов //Вестник. Серия Физическая (ВКФ). – 2019. – Т. 71. – №. 4. – С. 45-50. (ҚР БҒМ БҒССҚК ұсынылған)

5. А. А. Мансурова, Studies of physics properties of neutron stars//International Scientific Conference of Students and Young Scientists «Farabi Alemi», April 9- 12, 2018, Almaty, Kazakhstan, Book of Abstracts, ed. by A. E. Davletov (Almaty, 2018), p. 46. (Жергілікті халықаралық конференция)

6. Mansurova A., Alimkilova M. Description of the quadrupolar mass distribution with stationary generalized q-metric//International Scientific Conference of Students and Young Scientists «Farabi Alemi», April 8- 11, 2019, Almaty, Kazakhstan, Book

of Abstracts, ed. by A. E. Davletov (Almaty, 2019), p. 19. (Жергілікті халықаралық конференция)

7. Мансурова А. А., Бейсен Н. А., Иващиук В. Д. Исследование условий сопоставления общей теорий относительности// Международная конференция студентов и молодых ученых «Фараби әлемі», April 6- 9, 2020, Алматы, Қазақстан, Книга аннотаций под ред. Абишева М. Е. (Алматы, 2020), с. 19. (Жергілікті халықаралық конференция)

Диссертацияның құрылымы мен көлемі:

Диссертация кіріспеден, төрт тараудан, қорытындыдан және пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады. Машиналық мәтінде басылған 95 беттен, 20 сурет, 97 әдебиеттен тұрады.

**ТАРАУ 1. ЖАЛПЫ САЛЫСТЫРМАЛЫЛЫҚ ТЕОРИЯСЫНЫҢ
ФИЗИКАЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ**

1.1 Ньютондық гравитация теориясы

Гравитация туралы алғашқы теория Исаак Ньютонның 1687 жылғы “Шынайы философияның математикалық бастауы” деген танымал трактатында тұжырымдалған. Бұл теорияға сәйкес массивті денелер (бөлшектер) абсолютті кеңістікте және уақытта қозғалады, ал бөлшектердің өзара әрекеттесуі бүкіләлемдік тартылу заңына байланысты болады [1]:

$$\vec{F}_{ik} = -G \frac{m_i m_k}{r_{ik}^3} \vec{r}_{ik}. \quad (1.1.1)$$

Мұндағы: \vec{F}_{ik} - i - нөмерлі бөлшекке k нөмерлі бөлшек тарапынан әсер ететін күш; m_i, m_k - масса; \vec{r}_i, \vec{r}_k - радиус векторлар; $\vec{r}_{ik} = \vec{r}_i - \vec{r}_k$ - i бөлшектен k бөлшекке бағытталған; $r_{ik} = |\vec{r}_{ik}|$ - бөлшектердің арақашықтығы; $G \approx 6.67 * 10^{-8} \text{ см}^3 \text{ г}^{-1} \text{ с}^{-2}$ – гравитациялық тұрақты. (1.1.1) теңдеуіндегі азайту белгісі гравитациялық күштердің тартылыс күші екендігін көрсетеді. Сонымен қатар бұл күштер орталық күштер болып табылады (яғни, әрекеттесетін бөлшектерді қосатын түзу бойымен бағытталған және олардың арасындағы қашықтыққа ғана байланысты) және де потенциалды болып табылады, яғни, оларды келесідей түрде бейнелеуге болады [1]:

$$\vec{F}_{ik} = -\vec{\nabla}_{ik} V_{ik} \quad (1.1.2)$$

Бұл жерде:

$$V_{ik} = -G \frac{m_i m_k}{r_{ik}} \quad (1.1.3)$$

бұл i және k бөлшектердің өзара әрекеттесуінің потенциалды энергиясы бар, $\vec{\nabla}_{ik} - \vec{r}_{ik}$ векторының компоненттерінде тұрғызылған градиенттің операторы.

Сыналатын бөлшектердің гравитациялық массасына тәуелсіз \vec{r} кеңістігіндегі нүктедегі гравитациялық өрістің сипаттамалары болып табылатын күш пен потенциалды енгіземіз. (1.1.1) теңдеуінен радиус-векторы \vec{r} болатын, гравитациялық өріс тарапынан сыналатын бөлшекке әсер ететін күш оның гравитациялық массасына пропорционал:

$$\vec{F} = m \vec{g}(\vec{r}) \quad (1.1.4)$$

$$\vec{g}(\vec{r}) = -G \sum_k \frac{m_k}{|\vec{r} - \vec{r}_k|^3} (\vec{r} - \vec{r}_k) \quad (1.1.5)$$

және де денелер жүйесі тудыратын гравитациялық өрістің кернеуі бар. Кернеу $\vec{g}(\vec{r})$ бірлік массаға әсер ететін күш, және де гравитациялық өрістің потенциалы $\varphi(\vec{r})$ арқылы өрнектелуі мүмкін:

$$\vec{g}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} \varphi(\vec{r}) \quad (1.1.6)$$

Бұл жерде:

$$\varphi(\vec{r}) = -G \sum_k \frac{m_k}{|\vec{r} - \vec{r}_k|}. \quad (1.1.7)$$

Классикалық механиканың көрінісіне сәйкес бөлшектерде гравитациялық заряд рөлін атқаратын m гравитациялық массадан бөлек, μ инертті массаға ие [1-2] болады. Дененің үдеуге қарсы тұру қасиетін сипаттайтын μ бөлшектің сипаттамасы Ньютонның екінші заңына пропорционалдық коэффициенті ретінде енеді:

$$\mu \vec{w} = \vec{F} \quad (1.1.8)$$

\vec{w} – бұл жерде бөлшектің үдеуі. Қазіргі таңда 10^{-13} экспериментальдық дәлдікпен инертті және гравитациялық массалар тең екені $\mu = m$ анықталды. Сонда (1.1.4) және (1.1.8) теңдіктерден гравитациялық өрістің кернеуі \vec{g} осы өрістегі бөлшектің үдеуіне тең $\vec{w} : \vec{g} = \vec{w}$. Осылайша жалғыз гравитациялық өрістерде бөлшектер массасына қарамастан бірдей үдейді [2].

Континуальды жуықтауға көшу (яғни, шамалар үздіксіз мәндер қатарын қабылдай алатындай жуықтау) ережеге сәйкес қосындыны интегралдауға ауыстыру арқылы (1.1.3) және (1.1.5) теңдіктерінде жүзеге асады:

$$\sum_k m_k \dots \rightarrow \int_M dm \dots = \int_V d\vec{r} \rho(\vec{r}) \dots, \quad (1.1.9)$$

Мұндағы: M - жүйенің толық массасы, V – жүйенің алып отырған көлемі, dm және $d\vec{r}$ – сәйкесінше масса мен көлемнің элементтері, $\rho(\vec{r})$ - \vec{r} нүктесіндегі массалық тығыздық. Мұндай ауысудың нәтижесінде мынандай өрнектерді аламыз:

$$\vec{g}(\vec{r}) = -G \int_V \frac{d\vec{r}' \rho(\vec{r}') (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad (1.1.10)$$

$$\varphi(\vec{r}) = -G \int_V d\vec{r}' \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (1.1.11)$$

Өріс шексіздікке құлау шартында жоғарыда келтірілген соңғы екі теңдік гравитациялық өріс $\vec{g}(\vec{r})$ -дің кернеуінің шешімі болып табылады:

$$\vec{\nabla} \vec{g}(\vec{r}) = -4\pi G \rho(\vec{r}), \quad (1.1.12)$$

Немесе, сәйкесінше, гравитациялық өрістің потенциалына $\varphi(\vec{r})$ арналған Пуассон теңдігі:

$$\Delta \varphi(\vec{r}) = 4\pi G \rho(\vec{r}), \quad (1.1.13)$$

Мұндағы Δ - Лаплас операторы. Осылайша, Ньютонның гравитация теориясы статикалық (гравистатикалық) болады. φ - потенциалының t - уақытқа тәуелділігі пайда болады, егерде ρ - тығыздық t - уақытқа тәуелді болса: $\rho = \rho(\vec{r}, t)$ болады. Бұл жағдайда жүйеден кез-келген қашықтықтағы t - уақыт

мезетіндегі тартылу өрісі осы жүйедегі массаның дәл осы уақыт мезетіндегі таралуымен анықталады, яғни бұл теорияда гравитациялық өріс лезде таралады (шексіз жылдамдықпен). XX-ғасырдың басында өрістің лезде таралу теориясы тәжірибеге және арнайы салыстырмалылық теориясына қарама қайшы екені түсінікті болды. Арнайы салыстырмалылық теориясына сәйкес ешқандай өзара әрекеттесудің жылдамдығы жарықтың вакуумда таралу жылдамдығынан артып түсе алмайды. Айта кетсек, көптеген бақылау және тәжірибелік мәліметтерге сәйкес келуіне байланысты (1.1.13) теңдігі басқа кез-келген гравитация туралы жалпылама теория үшін релятивисттік емес шегі болуы тиіс [2] (бұл ереже сәйкестік принципі деп аталады).

Осы орайда, егер тығыздығы ρ белгілі болса, үздіксіз орта қозғалысының теңдеулеріне кіретін Пуассон теңдігін шешуге болады. Үздіксіз ортаның нүктелерінің жылдамдығы векторлық өріс тудырады $\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}(\vec{r}, t)$. Онда инертті және гравитациялық массалардың теңдігін ескеретін болсақ Ньютонның екінші заңы келесідей жазылады:

$$\dot{\vec{\vartheta}} = -\vec{\nabla}\varphi(\vec{r}, t) + \vec{f}(\vec{r}, t) \quad (1.1.14)$$

Бұл жерде $\vec{f}(\vec{r}, t)$ – сыртқы массалық күш, қысым $\vec{p}(\vec{r}, t)$ арқылы келесідей өрнектеледі:

$$\vec{f}(\vec{r}, t) = -\frac{\vec{\Delta}p(\vec{r}, t)}{\vec{p}(\vec{r}, t)} \quad (1.1.15)$$

Уақыт бойынша $\dot{\vec{\vartheta}}$ туындысын толығымен жазып, Эйлер теңдеуін аламыз:

$$\vec{\vartheta}_t + (\vec{\vartheta}\vec{\nabla})\vec{\vartheta} = -\vec{\nabla}\varphi - \frac{\vec{\nabla}p}{\rho} \quad (1.1.16)$$

Қозғалыс процесі барысында массаның сақталуына байланысты тығыздық ρ және жылдамдық ϑ үздіксіздік теңдеуін қанағаттандырады:

$$\rho_t + \vec{\nabla}(\rho\vec{\vartheta}) = 0 \quad (1.1.17)$$

Теңдеулер жүйесін күй теңдеуімен толықтыру қажет. Изоэнтропиялық жағдайда ол келесідей түрге келеді:

$$p = p(\rho) \quad (1.1.18)$$

(1.1.13), (1.1.16) - (1.1.18) теңдеулері тұйық үйлесімді жүйені құрайды, ол гравитациялық өрісті және релятивисттік емес жағдайда үздіксіз ортаның жуықтауындағы материяның қозғалысын сипаттайды.

Сондай ақ, Ньютонның гравитация теориясына тән кемшіліктер мен шектеулерге толығырақ тоқталып өтетін болсақ, гравитациялық ауытқулар

шексіз жылдамдықпен (лезде) таралады, ол заманауи мәліметтерге және арнайы салыстырмалылық теориясына қарсы келеді [3]. Ньютонның гравитациялық заңын қолданудың да шегі бар, яғни нақты бір облыста ғана қолдана аламыз. Сонда: бөлшектердің жылдамдығы өте аз шамада болғанда ғана теория - нақты әрі дұрыс болып саналады:

$$v \ll c, \quad (1.1.19)$$

Бұл жердегі, c – жарық жылдамдығы. Нақты айтсақ, гравитациондық өрісте нақты бір ғана бөлшектің қозғалысын қарастырамыз. Классикалық механиканың энергиясының сақталу заңына байланысты: белгілі бір жылдамдыққа - тек қана потенциалы бар гравитациондық өрістегі бөлшектер арқылы ғана қол жеткіземіз:

$$\varphi = -\frac{v^2}{2}. \quad (1.1.20)$$

Потенциалдың кері шамасы ($\varphi < 0$): гравитациондық өріс – тартылыс өрісі болып табылады дегенді білдіреді. Жоғарыдағы формулалар арқылы Ньютонның гравитация заңын қолдану шартын қорытып шығарамыз:

$$\frac{|\varphi|}{c^2} \ll 1. \quad (1.1.21)$$

Сонымен, Ньютонның гравитация теориясын тек қана өте әлсіз өрістер үшін қолдана аламыз. Мысал ретінде, Жер мен Күннің өлшеу шамаларын біле отырып: Жердің беткі беті үшін – $|\varphi|/c^2 \sim 10^{-9}$ болса, Күннің беткі жағы үшін – $|\varphi|/c^2 \sim 10^{-6}$ болады [3].

Сонымен қоса, өте әлсіз өрістерде де кей жағдайларда Ньютонның гравитация заңы орындалмайды. Яғни, шағын денелерден шығатын сигналдың таралу уақыты берілген есептің диапазонында шешілетін болса да, кей жағдайларға қарасты Ньютонның гравитация заңы орындалмай қалады [4]. Егер, бөлшектердің жылдамдығы – жарық жылдамдығымен шамалас болатын болса және де берілген есептерде ауырлық өрісте жарықтың таралуы соған тең болса, онда бұл жағдайларда да гравитация заңы орындалмай қалады.

1.2 Жалпы салыстырмалық теориясының физикалық негіздері

Жоғарыда айтылғандай, белгілі бір радиус-векторы бар бөлшекке әсер ететін гравитация күші оның гравитациялық массасына пропорционалды болып табылады [4]:

$$\vec{F}_G = m\vec{g}(\vec{r}, t), \quad (1.2.1)$$

Бұл жердегі $g(r,t)$ – гравитациондық өрістің кернеулігі болып табылады. Ал, механика саласынан қарастырар болсақ, инерциялық емес жүйедегі денеге әсер ететін инерция күші – инерттілік массасына пропорционалды болып табылады:

$$\vec{F}_I = \mu \vec{a}(\vec{r}, t) \quad (1.2.2)$$

Мұндағы:

$$\vec{a}(\vec{r}, t) = -\vec{W} + [\vec{r}\dot{\vec{\Omega}}] + 2[\dot{\vec{r}}\vec{\Omega}] + [\vec{\Omega}[\vec{r}\vec{\Omega}]] \quad (1.2.3)$$

Мұндағы $\vec{a}(\vec{r}, t)$ инерциялық емес болып саналатын жүйенің толық үдеуі. Бұл үдеу – қозғалыстың үдеуімен және айнымалы бұрыштық жылдамдық арқылы көрсетіледі. Инерттілік пен гравитациондық масса тең жағдайда болса, онда гравитациялық өріс пен инерция күшінің өрісі эквивалентті болатынын көрсетеді. Сонымен қатар, бұл өрістер арасында айырмашылықтар да болады. Расыменде, соңғы формуладан байқағанымыздай: үдеудің шамасы артқан сайын, оның радиусының шамасы артады. Яғни, инерция күшінің шамасы да артады. Ал, дәл осы жағдайда гравитация күшінің шамасы басқаша болады. Қорек көзі арқылы пайда болған ауырлық күшінің шамасы – қорек көзінен ажыратылғанда ғана кемиді [5].

Енді, инерциялық емес бөлшектердің санақ жүйесіндегі тепе-теңдігін қарастырайық. Егер, инерттілік және гравитациондық күштердің массаларының шамасы тең болса, онда:

$$\vec{g}(\vec{r}, t) = \vec{a}(\vec{r}, t). \quad (1.2.4)$$

Әрбір бекітілген моменттегі уақытта (нүктеде) гравитациялық өрісінің кернеулік векторының белгілі бір шамасы болады. Инерциялық емес санақ жүйесінің және де айналмалы бұрыштық жылдамдығының параметрлері осы нүктеде теңдік орындалатындай етіп таңдап алынады. Басқаша айтатын болсақ, механикалық қозғалыстар үшін осындай инерциялық емес санақ жүйелеріне көше аламыз. Гравитация күші инерция күші арқылы қамтамасыз етіледі. Осы тұжырымдаманы кез-келген механикалық қозғалыстың кез-келген жылдамдығына қатысты дұрыс деп санайтын болсақ, онда эквиваленттіліктің өте әлсіз принципіне қол жеткіземіз. Қысқаша оны былай тұжырымдасақ болады: Кез-келген механикалық қозғалыс үшін әрдайым санақ жүйесі болады, яғни инерция күші ауырлық күшіне локальды – эквивалентті болып табылатын, локальды-инерциондық санақ жүйесі бар екендігіне көз жеткіземіз. Бұл жерден байқағанымыздай, тақырып локальды-эквиваленттілік туралы өрбүде. Себебі, инерция күші мен гравитация күші арасында эквиваленттілік – мүмкін емес. Тек қана біртекті өрістерде ғана инерция және гравитация күштері өзара эквивалентті болып саналады. Біртекті өрістер деп отырғанымыз кеңістіктің барлық нүктесінде бірдей болып саналатын өріс. Бірақ, физикалық өрістер сияқты гравитациондық өріс те біртекті өріс бола алмайды [6].

Эквиваленттіліктің екі аспектісіне назар аударайық:

1. Белгілі бір нүктеде тең әрекет етуші инерциялық күштің шамасы мен гравитация нөлге тең болса, бұл жүйеде санақ жүйесі – инерционды болып саналады.

2. Бақылап отырушы инерция күші мен оған эквивалентті болып саналатын гравитация күшінің шамасын ажырата алмай қалатын жағдайлар да орын алады.

Эквиваленттіліктің әлсіз принципі бөлшектердің механикалық қозғалысымен шектеледі. Бірақ, бұл шектеуден бас тартып, кез-келген физикалық процесс үшін инерция күшінің шамасы ауырлық күшінің шамасына локальды-эквивалентті деп есептесе болады. Бұл тұжырымдаманы – эквиваленттіліктің күшті принципі деп атайды. Эквиваленттіліктің күшті принципін осылайша тұжырымдасақ болады: ерікті гравитациялық өрістің әрбір уақыттық нүктесінде “локальды-инерциондық санақ жүйесі” болады.

Осыған байланысты біз ендеше келесі пункттерді қарастырайық:

1. Эквиваленттіліктің күшті принципі: гравитациялық өріс барлық материалдық денелермен және де басқа да өрістермен (электромагниттік, күшті, әлсіз) байланыса алады;

2. Эквиваленттілік принципін (әлсіз де, күшті де) кез-келген жылдамдықтағы қозғалыстар, соның ішінде жарық жылдамдығына жақын немесе оған тең жылдамдықтары бар қозғалыстар үшін де қолданылады. АСТ-дан (арнайы салыстырмалы теория) белгілі болғандай, мұндай қозғалыстар төрт өлшемді уақыт-кеңістігінде нақты сипатталатындықтан, эквиваленттілік принципі үш өлшемді кеңістікте емес, төрт өлшемді уақыт-кеңістікте қалыптасуы керек:

$$x^0 = ct, x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z \quad (1.2.5)$$

Таңдалынып отырған координаттық жүйе декарттық координаталар болсын деп қарастырайық. Сонда тегіс уақыт-кеңістіктің метрикасы келесі өрнекпен анықталады [6]:

$$ds^2 = \eta_{ik} dx^i dx^k, \quad (1.2.6)$$

Мұндағы:

$$\eta_{ik} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.2.7)$$

Ұсынылып отырған өрнек тегіс уақыт-кеңістіктің метрикалық тензоры болады. (1.2.6) өрнегінде екі реттен кездесетін индекстер бойынша қосу орындалады. (1.2.7) өрнегін $\eta_{ik} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ түрінде жазуға болады. Келесіде біз диагональды тензорларды жазу үшін осы форманы қолданамыз.

Енді инерциялық емес санау жүйесіне көшейік. Инерциялық санау жүйесінен инерциялық емеске түрлендіру келесі өрнек арқылы орындалады:

$$x^i = x^i(\acute{x}), \quad (1.2.8)$$

осы жердегі $\acute{x} = \{x^i, i = 0,1,2,3\}$ — жаңа (инерциялық емес) санау жүйесінің координаталар жиынтығы. Түрлендіруден (1.1.28) кейін жаңа координаталарда метрика осы түрге ие болады:

$$ds'^2 = g_{ik}(\acute{x})dx^i dx^k \quad (1.2.9)$$

Мұндағы:

$$g_{ik}(\acute{x}) = \eta_{ls} \frac{\partial x^l}{\partial x^i} \frac{\partial x^s}{\partial x^k} \quad (1.2.10)$$

жаңа (штрихталған) координаталар жүйесіндегі тегіс уақыт-кеңістіктің метрикалық тензоры жоғарыда көрсетілгендей болады. Эквиваленттілік принципіне байланысты гравитациялық өріс болған кезде уақыт-кеңістік метрикасы (1.2.9) түрінде болады. Осылайша, гравитация уақыт-кеңістік метрикасының өзгеруіне әкеледі [7].

Жоғарыда атап өтілгендей, инерция күші мен гравитация күшінің маңызды айырмашылығы-инерция күшінің әрекеті бүкіл уақыт-кеңістікте (жаһандық түрде) инерциялық санау жүйесіне өту арқылы жойылуы мүмкін. Басқаша айтқанда, (1.2.8) кері түрлендірудің көмегімен (1.2.9) метрикасын бүкіл уақыт-кеңістік үшін (1.2.6) түріне келтіруге болады. Осылайша, гравитация уақыт-кеңістік геометриясын өзгертеді: гравитациялық өрістің әрекеті уақыт-кеңістік тегіс болмауына тең - оның метрикасы (1.2.9) түрге ие болады, ал метрикалық тензор төрт уақыт-кеңістікті компоненттерге тәуелді бола бастайды және координата түрлендірулерімен бұл тәуелділікті жаһандық түрде жою мүмкін емес. Басқаша айтқанда, уақыт-кеңістік гравитациялық өрісінің әсерінен тегіс болмай, керісінше қисайып кетеді. Бұл тұжырым гравитация геометриясы (ГГ) деп аталады [7].

Атап айтқанда, гравитациялық өріс тензорлық сипатқа ие және g_{ik} метрикалық тензор компоненттерінің көмегімен сипатталады. Бұл, өз кезегінде, гравитациялық өріс болған кезде санау жүйесі түсінігінің өзгеруіне әкеледі. Шынында да, кеңістіктің екі нүктесі арасындағы қашықтық келесі түрде жазылады:

$$dl^2 = g_{\alpha\beta}(x^0; x^1, x^2, x^3)dx^\alpha dx^\beta, \quad (1.2.11)$$

Мұндағы x^0 - уақытша айнымалы, x^1, x^2, x^3 -кеңістіктік айнымалылар, $\alpha, \beta = 1,2,3$ - кеңістіктік айнымалыларды нөмірлейтін индекстер. Жалпы жағдайда g_{ik} метрикалық тензоры уақытқа тәуелді болғандықтан, dl кеңістіктік интервалдары уақыт бойынша үнемі өзгеріп отырады. Сонымен, гравитациялық өріске енгізілген денелерінің қашықтығы уақыт өте келе өзгереді. Соңғы тұжырымнан қисық уақыт-кеңістікте, жалпы жағдайда, денелер жүйесінің өзара қозғалмауы мүмкін емес, демек, АСТ-да қабылданған санау жүйесінің бүкіл

кеңістікте бірдей синхронды сағаттары бар бекітілген сызықтардың жиынтығы ретінде түсінігі мүмкін емес. Бұл жағдайда санау жүйесі ретінде бүкіл кеңістікті кейбір тұтас орта секілді үздіксіз толтыратын "салмақсыз" денелердің шексіз жиынтығы таңдалады. Бұл денелердің әрқайсысында бір нүктеден басқа нүктеге ауысу кезінде олардың көрсеткіштері үздіксіз өзгертіндей етіп сағаттар жабдықталған [8].

Мұндай жүйелерді шексіз көп құруға болатындығы анық, себебі бұл тұтас ортаны параметрлендіру және сағатты реттеу әдістерінің шексіз саны бар. Математикалық тұрғыдан алғанда, қарастырылып отырған санау жүйесінің тапсырмасы қисық уақыт-кеңістіктің әрбір нүктесіне, олардың жиынтығы үздіксіз жиын-континуумды құрайтындай етіп, төрт санды тағайындауға әкеледі. Санау жүйесінің мұндай тапсырмасы физикалық уақыт-кеңістікке жауап беретін төрт өлшемді кеңістіктегі координаттар жүйесінің тапсырмасына сәйкес келеді. "Санау жүйесі" ұғымының өзгеруіне байланысты салыстырмалылық принципі де өзгеруі керек. АСТ-да бұл принцип барлық инерциялық санау жүйелердің эквиваленттілігін негізге алды. Осылайша, АСТ-дағы қозғалыстың математикалық сипаттамасы барлық инерциялық санау жүйелерінде теңдеулер бірдей түрге ие болатындай етіп құрылды. Басқаша айтқанда, теңдеулер бір инерциялық санау жүйесінен екіншісіне ауысуын орнататын сызықтық түрлендірулерге қатысты ковариантты (яғни өзінің түрі өзгермеуі керек) болуы керек. Енді теорияны теңдеулер бір санау жүйесінен екіншісіне ауысуды орнататын кез-келген координаталық түрлендірулерге қатысты ковариантты болатындай етіп құру керек. Осыған ұқсас жолмен тұжырымдалған салыстырмалылық принципі АСТ-да қолданылатын арнайы салыстырмалылық принципіне қарағанда жалпы деп атауға болады. Эквиваленттік принцип пен жалпы салыстырмалылық принципіне негізделген гравитациялық өріс теориясы жалпы салыстырмалылық теориясы - ЖСТ деп аталады.

1.3 Астрофизикадағы ықшам объектілер және Гравитациялық тұжырымдар

Астрономиялық нысандардың класы ретінде ықшам нысандарға ақ ергежейлілер, нейтрондық жұлдыздар және қара құрдым жатады. Жұлдыздар эволюциясының соңғы нүктелері ретінде олар бүгінгі галактикалардың негізгі құрамдастарын құрайды. Аса массивті қара құрдым түрінде бұл нысандар галактиканың барлық дерлік орталығында өмір сүреді. Біздің Галактикада 3,8 миллион күн массасын құрайтын қара құрдым бар, бірақ Бикеш кластеріндегі М87 орталығы үш миллиард күн массасы бар қара құрдымнан тұрады. Бұл супермассивті қара құрдым - Әлемде табылған ең экстремалды нысандар болып табылады [9].

Нейтрондық жұлдыздар мен жұлдыздық массалық қара құрдым астрофизикалық зерттеулерге негізінен радио және рентген сәулелері арқылы кірсе, ақ ергежейлілер олардың оптикалық сәулеленуі арқылы 100 жыл бұрын анықталған болатын.

Қалыпты материяның гравитациялық ыдырауы Ғаламдағы ең экзотикалық нысандардың бірін - нейтрондық жұлдыздарды және қара құрдымдарды

тудырады. Бұл объектілердің табиғатта бар екенін дәлелдеу үшін 20 ғасырдың көп бөлігінде теориялық және бақылаушы астрофизиктердің басты нысаны болды. Егжей-тегжейлі пікірталастардың көпшілігі массивтік жұлдыздардың ықтимал соңғы күйлерін түсінуге бағытталған. 1930 жылы Үндістаннан Англияға әйгілі теңіз саяхатында Субрахманян Чандрасехар ақ ергежейлі жұлдыздардың құрылымын - гравитациялық күштер электрондардың азғындау қысымымен теңестірілетін ықшам жұлдыз қалдықтарын қарастырды. Ол, егер ақ ергежейлі массасы жеткілікті болса, азғындалған электрондар релятивистік сипатқа ие болады, осылайша жұлдызды одан әрі гравитациялық құлдырауға бейім етеді. Артур Эддингтон қызу талқылағанымен, Чандрасехар ақ ергежейлі массасы $M_{ch} \approx 1.4 M_{\odot}$ (мұндағы M_{\odot} - Күннің массасы) асып кетсе, оның гравитациялық күйреуіне ұшырайтыны туралы дұрыс тұжырым жасады, бұл шек қазір Чандрасехар шегі деп аталады [9].

Гравитациялық күш электрондардың азғындау қысымын басып тастаған кезде, нейтрондық дегенерация қысымы толық гравитациялық коллапстың алдын алудың соңғы, ең жақсы үміті болып табылады. Нейтрондық ыдырау қысымы арқылы тартылыс күштері теңестірілетін объектілер нейтрондық жұлдыздар деп аталады. Бастапқыда ядролық күштер тартылыс күшіне қарсы тұру үшін әрқашан жеткілікті болады деген үміт болғанымен, нейтрондық жұлдыздың массасының жоғарғы шегі қазір (1,5–2,2) M_{\odot} (Мұндағы M_{\odot} күннің массасы) диапазонында деп есептеледі. Ядродан жоғары тығыздықтағы күй теңдеуінен туындайтын белгісіздіктер осы сыни массаны анықтауға кедергі келтіруде, бірақ $3M_{\odot}$ абсолютті жоғарғы шегі өте жалпы ойлардан туындайды, яғни жалпы салыстырмалықтың негізділігі және себептілік принципі. Бұл массадан жоғары гравитациялық құлдырауды болдырмау мүмкін емес деп саналады. Атап айтқанда, Хокингтің сингулярлық теоремалары объект жарықты ұстайтын беттің ішінде болған кезде кеңістік-уақыт сингулярлығының пайда болуы сөзсіз (масса/энергияның таралуына қарамастан) болатындығын көрсетеді. Нәтижесі – қара құрдым екені белгілі болды, яғни оқиға көкжиегімен шектелген және оның жүрегінде кеңістік-уақыт ерекшелігіне ие кеңістік-уақыт аймағы [9,10].

Жоғарыда айтылған ойлар қазір берік теориялық негізге ие болғанымен, бақылау астрофизикасының мұндай экстремалды объектілер туралы түсінігімізге жетекшілік етуде маңызды мағынасы болды және болып қала береді. Нейтрондық жұлдыздар мен қара құрдым жағдайында бұл объектілердің бар екендігі тек бұлтартпас бақылау дәлелдері болған кезде ғана кеңінен қабылданды. Нейтрондық жұлдыздар үшін басты бақылау Кембриджден алынған радиобақылаулар арқылы Джоселин Белл мен Энтони Хьюиштің радиопульсарларды ашуы болды. Қара құрдымдар Cygnus X-1 қос жұлдыздар жүйесіндегі рентген сәулелерін шығаратын ықшам нысанның шын мәнінде нейтрондық жұлдыздардың максималды мүмкін болатын массасынан асатын массаға ие болғаны көрсетілгеннен кейін кеңінен танымал болды. Бұл оны Галактикалық қара құрдым үміткерлерінің біріншісі етті, бұл класс қазір шамамен жиырмаға жуық нысандарды қамтитын класс.

Енді біз қара құрдымдардың тағы бір класын білеміз – массасы (10^6 – 10^{10}) M_{\odot} , диапазонында болатын, көпшілігінің динамикалық орталықтарында орналасқан аса массивтік қара құрдымдар. Бүгінгі таңда өте үлкен қара құрдымдар үшін ең күшті мысалдарды біздің Галактика аясында келтіруге болады. Қазіргі заманғы жоғары ажыратымдылықтағы, инфрақызыл бейнелеу камералары біздің Галактиканың орталық-көп аймақтарындағы жұлдыздар үш миллион күн массасын құрайтын көзге көрінбейтін массаны айналып өтетінін көрсетеді. Сонымен қатар, орбиталық динамиканың зерттеулері (қазір ол өлшенген үдеулерді, сондай-ақ жылдамдықтарды қамтиды) орталық массаның өте ықшам болуымен шектеледі. Дәстүрлі физика бойынша, мұндай қасиеттерге ие жалғыз ұзақ өмір сүретін объект - бұл өте массивті қара құрдым. Нейтрондық жұлдыздардың ықшам шоғыры сияқты баламалар әлдеқайда қысқа уақыт ауқымында динамикалық құлдырауға ұшырайды [11].

Осы тұрғыда, Чандрасехар Фаулердің [12] кванттық механикалық деградация қысымын көрсететін ақ ергежейлі жұлдыздар теориясын өзінің арнайы салыстырмалылық теориясы туралы білімімен біріктіруді ұйғарды. Оның таңғаларлығы, ол бұл комбинация ақ ергежейлілердің тек h , G және сутегі атомының массасы сияқты іргелі тұрақтыларға тәуелді белгілі бір шекті массаға дейін ғана өмір сүре алатынын болжағанын анықтады; массасы Күннің массасынан шамамен 1,45 есе көп болды [12].

1.4 Ықшам объектілер кластары

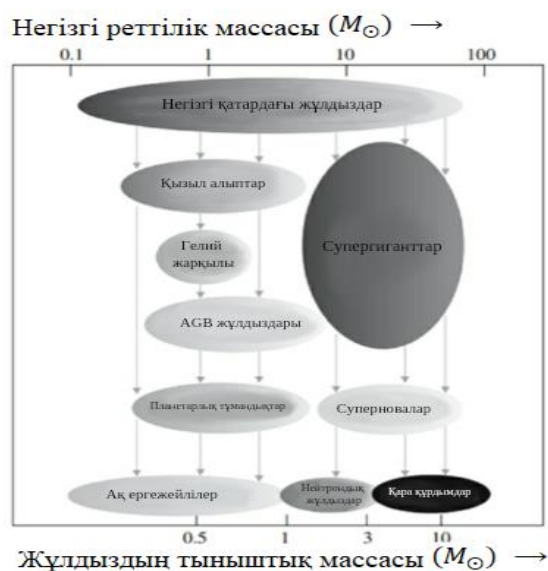
Ықшам жұлдыздарды зерттеу ақ ергежейлілердің ашылуынан және олардың қасиеттерін Ферми-Дирак статистикасы арқылы сәтті сипаттаудан басталады, олар электрондардың азғындау қысымымен гравитациялық күйреуге қарсы тұрады деген идеяны алғаш рет Фоулер ұсынған болатын [5]. Ақ ергежейлілердің максималды массасы релятивистік әсерге байланысты 1930 жылы Чандрасехардың негізгі жұмысымен анықталды [6]. 1932 жылы Чедвик нейтронды ашты. Бірден, Фоулердің электрондар үшін тұжырымдаған идеялары нейтрондарға жалпыланды. Нейтрондық жұлдыздардың үлкен ядросы азғындаған нейтрондары бар ықшам жұлдыздардың жаңа класының болуы болжалды. Алғашқы нейтрондық жұлдыздар моделінің есептеулеріне 1939 жылы Оппенгеймер және Волкофф [7] және Толман [8] қол жеткізіп, мұндай жұлдыздағы затты идеалды дегенерацияланған нейтрондық газ ретінде сипаттады. Олардың есептеулері ақ ергежейлілердегідей максималды массаның бар екенін көрсетті, оның үстінде жұлдыз тұрақты емес және қара құрдымға құлайды делінді. Олар оның $0.75M_{\odot}$ болатын максимум тұрақты массаны тапты [7]. Тек 30 жылға жуық уақыттан кейін, 1967 жылы, бірінші нейтрондық жұлдыз байқалды - шын мәнінде, радио диапазонында пульсирленген оғаш объект (радиопульсар), бірақ тез айналатын нейтрондық жұлдыз ретінде анықталды. 1964 жылдың өзінде-ақ қара құрдымдар квазарлар үшін соңғы энергия көзі ретінде ұсынылды. Осы уақытта қара құрдымдардың бар екендігі орасан зор массалық диапазонда, шамамен үш күн массасынан 10 миллиард күн массасына дейінгі үлкен эллиптикалық галактикалардың орталықтарында анықталды.

1974 жылы PSR 1913+16 пульсарын алғаш рет екілік жүйеде Хульсе және Тейлор бақылаған. Бұл оның $1.44 M_{\odot}$ болатын массасын дәл өлшеуге мүмкіндік берді. Демек, бұл массаны өлшеу осы жұлдыздың ішкі бөлігі үшін нейтрондардың идеалды газының қарапайым суретін жоққа шығарды. Ол нуклондар арасындағы өзара әрекеттесулерді ескеру керектігін көрсетеді. Нуклондар үшін кварк үлгісін енгізгеннен кейін көп ұзамай теоретиктер нейтрондық жұлдыздардың ішінде кварк материясының болуы мүмкін деген болжам жасады. Герлах 1968 жылы Уилермен бірге [9] кандидаттық диссертациясында ақ ергежейлі жұлдыздар мен нейтрондық жұлдыздардан басқа, табиғатта ықшам жұлдыздардың үшінші тобы болуы мүмкін екенін көрсетті. Ол жұлдыздардың мұндай жаңа формасының болуы үшін күй теңдеуінің жалпы шарттарын шығарды, атап айтқанда, күй теңдеуінде, фазалық ауысулар сияқты, нейтрондық жұлдыздарда да күшті жұмсарту болуы керек. Кейбір астрофизиктер тіпті материяның негізгі күйі шын мәнінде оғаш кварк материясы (u, d және s кварктарынан тұрады) деп дауласады. Мұндай нысандар қазір 1980 жылдардың ортасынан бастап зерттеле бастады және оларды оғаш жұлдыздар деп атайды [13].



Сурет 1.4.1 – екілік жүйелердегі ықшам объектілер [13].

Ықшам жұлдыздар жұлдыздар эволюциясында қалыптасады және көбінесе серік жұлдыздан массалық ағу нәтижесінде пайда болған газ сақиналарымен қоршалған қос жүйеде серік ретінде өмір сүреді. Ықшам нысандарды - ақ ергежейлілерді, нейтрондық жұлдыздарды және қара құрдымдарды зерттеу жұлдыздардың қалыпты эволюциясы аяқталған кезде басталады.



Сурет 1.4.2 – ықшам жұлдыздар - бастапқы массаның функциясы ретінде көрсетілген жұлдыз эволюциясының соңғы нүктесінің нәтижесі [14].

Бұл нысандардың барлығы қалыпты жұлдыздардан кем дегенде екі аспектіде ерекшеленеді:

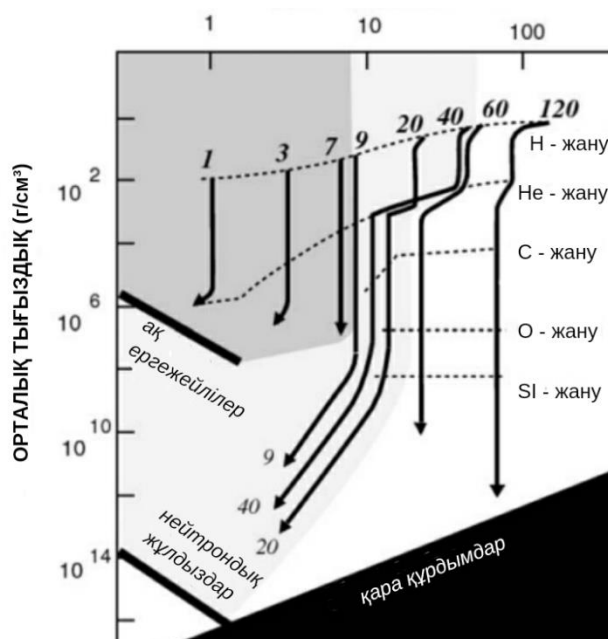
1. Олар ядролық отынды жақпайды және термиялық қысым арқылы гравитациялық күйреуге қарсы тұра алмайды. Оның орнына ақ ергежейлілер азғындалған электрондардың қысымымен, ал нейтрондық жұлдыздар негізінен азғындалған нейтрондар мен кварктардың қысымымен ұсталынып тұрады. Тек қара құрғандар өздігінен тартылатын күштермен жиналған жұлдыздарды береді. Бұл нысандарды Эйнштейн теңдеулерінің солитондық шешімі ретінде қарастыруға болады.

2. Ықшам жұлдыздарға тән екінші қасиет - олардың ықшам өлшемдері. Олар кәдімгі жұлдыздардан әлдеқайда аз, сондықтан жер бетіндегі гравитациялық өрістер әлдеқайда күшті.

3. Көбінесе ықшам нысандар қалыпты жұлдыздардағыдан әлдеқайда күшті магнит өрістерін алып жүреді.

1.5 Ақ ергежейлілер және нейтрондық жұлдыздар

Ақ ергежейлілер - 10^6 гсм^{-3} орташа тығыздыққа сәйкес келетін 5000 км радиусы бар шамамен бір күн массасындай массасы бар жұлдыздар. Олардың ішінде ядролық отынның жануы енді аяқталып, ішкі жылуын тұрақты төмендеуді. 1926 жылы тек үш ақ ергежейлі анық анықталды. Сол жылы Дирак Ферми-Дирак статистикасын тұжырымдады, оны сол жылы Фаулер ықшам жұлдыздар туралы пионерлік мақалада – ақ ергежейлі жұлдыздардың жұмбақ табиғатын түсіндіру үшін пайдаланды. Ол гравитациялық коллапс кезінде жұлдыздарды ұстап тұрған қысымды электронның азғындау қысымымен анықтады.



Сурет 1.5.1 – жұлдыздар әртүрлі соңғы күйлерге қарай дамиды: ақ ергежейлі жұлдыздар, нейтрондық жұлдыздар және қара тесіктер [15].

Бейнеленген суретте Ақ ергежейлі жұлдыздардың нақты үлгілерін, күйдің азғындалған электронды тендеуіндегі ерекше релятивистік әсерлерді ескере отырып 1930 жылы Чандрасехар құрастырған болатын. Ол ақ ергежейлілер үшін максимум массасы $1,4 M_{\odot}$ болатынын анықтап, іргелі жаңалық ашты, бірақ дегенмен оның нақты мәні біршама химиялық құрамға байланысты.

Жұлдыздар эволюциясының ықтимал соңғы нүктесі ретінде нейтрондық жұлдыздардың болуын болжау бақылауларға тәуелсіз болды. Чедвик [15] нейтронды ашқаннан кейін көптеген адамдар өте жоғары тығыздықта электрондар протондармен әрекеттесіп, кері бета-ыдырау арқылы нейтрондар түзетінін түсінді. Нейтрондық жұлдыздар 1960 жылдардың аяғында радиопульсарлар, ал 1970 жылдардың басында рентгендік жұлдыздар ретінде табылды. Нейтрондық жұлдыздардың массасының қатаң жоғарғы шегі одан да экзотикалық нысандардың - қара құрдымдардың бар екендігінің дәлелі ретінде қарастырылды. Ухуру [12] 1970 шы жылы Cyg X-1 жұлдызын ашқан кезде бұл жоғарғы шектің мәні үлкен пікірталастың тақырыбы болды.

1.6 Шағын рентгендік көздері

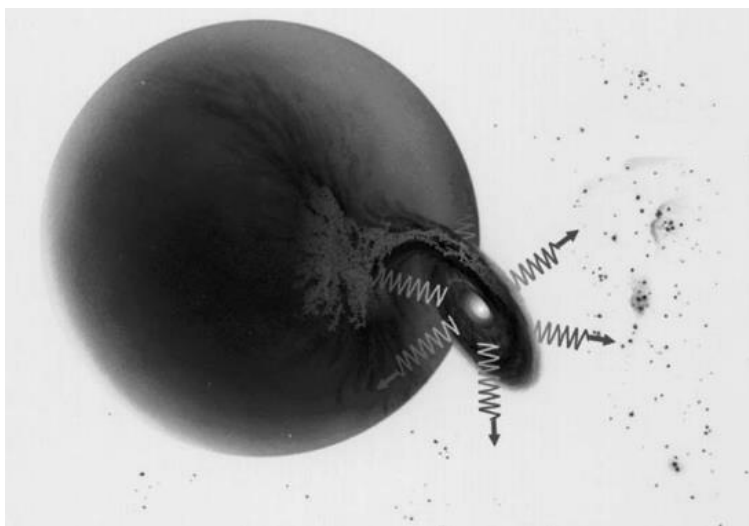
1960 жылдары әртүрлі зымырандардың ұшырылуы арқылы астрономияда жаңа дәуір ашылды [13]. Олар 1–10 кВ энергия диапазонында Sco X-1 жұлдызын ашты. Онжылдықтың соңында 20-ға жуық рентгендік көздер анықталды. Ең күшті көздердің бірі Cyg X-1 жұлдызы да уақыт бойынша өзгеріп отыратыны анықталды. Қазірдің өзінде жақын екілік жүйедегі газ аккрециясы бұл рентген сәулелерінің көзі болып табылады. Бірақ, мысалы, Пендергаст және Бурбидже [13] екілік жүйедегі ықшам жұлдызға ағып жатқан газдың радиалды ішке қарай ағуы үшін тым көп бұрыштық импульсы болатынын дәлелдеді. Олар газдар ықшам жұлдыздың айналасында шамамен Кеплер бұрыштық импульсі бар дискті құрайды деген болжам жасады. Сонымен қоса олардың кішкене ішке

қарай жылжу жылдамдығы болуы керек. Осы болжамдарға сәйкес ғылымда аккрециялық диск туралы түсінік пайда болды (1.6.2-сурет). Осы саланың жетекші мамандары жазған ықшам жұлдызды рентгендік көздер туралы жан-жақты және заманауи материалдарды келесі еңбектен табуға болады [6]. Аталған еңбекте рентгендік астрономия мен көп толқынды бақылаулардағы соңғы жаңалықтардың егжей-тегжейлері, сондай-ақ осы объектілерге қатысты кейбір теориялық мәселелер қарастырылған.

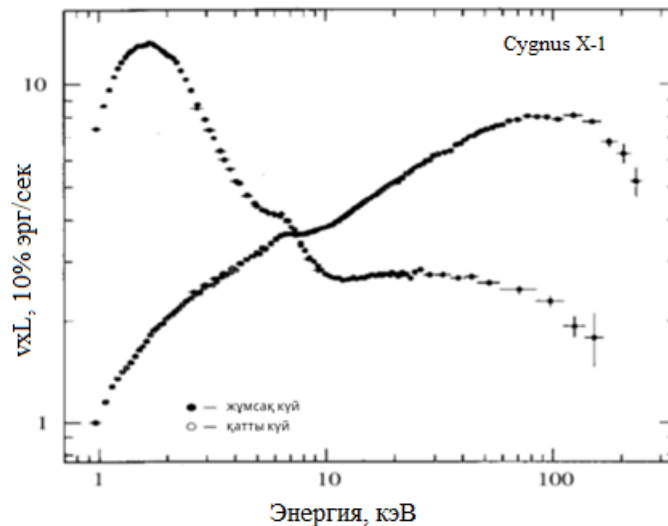
Осы жылдар ішінде Cyg X-1 екі айқын рентгендік күйді көрсететіні анықталды (1.6.1 -сурет):

1. жұмсақ немесе жоғары күй: мұнда 1 кеВ шамасында температурада айқын қара дене спектрі көрінеді және жарықтылығы жоғары;

2. қатты немесе төмен күй: мұнда қара дене жоғалады және 150 кВ дейінгі қатты рентгендік аймақта рентген сәулелері шығарылады. Бұл екі күйдің болуы әдетте екі түрлі жинақтау режимінің дәлелі ретінде түсіндіріледі. Фотондардың жоғары энергиялары дәлел ретінде қарастырылады.



Сурет 1.6.1 – екілік жүйеде аккрециялық дискінің қалыптасуы, нәтижесінде рентгендік сәулелену (толқынды сызықтар) және дискіге перпендикуляр ағындардың шығарылуы көрсетілген. Cygnus X-1 серік жұлдызы - көк супергигант [15].



Сурет 1.6.2 – Cyg X-1 үшін спектрлік күйлер. νL_{ν} энергияның таралуы жұмсақ күйге және қатты күйге сәйкес келетін екі түрлі дәуір үшін keV-дегі рентгендік энергияның функциясы ретінде көрсетілген [14].

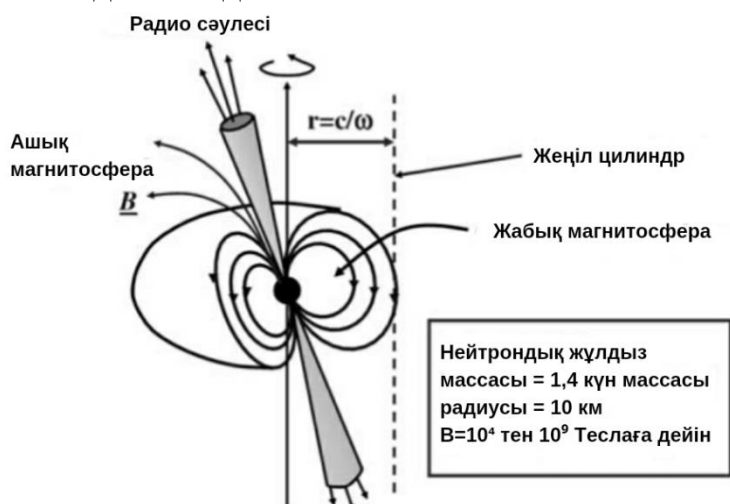
Жоғарыдағы суреттен 6,4 кВ кезінде темір сызықты байқауға болады, аккрециялық дискінің маңында электрон температурасы 10^9 К ыстық плазма қалыптасады. Оптикалық қалың дискідегі жұмсақ фотондар Комптон процестері арқылы жоғарыға шашырайды. Қайталанатын Комптон шашырауы қатты күйдегі байқалатын спектрлердің қуаттың қандай заңдылықпен орын алатын формасын түсіндіре алады. Ыстық плазманың мұндағы алатын орны орны әлі де талқылануда. Бірақ қазірдің өзінде 1977 жылы Лян мен Прайс күн тәжінің үлгісі бойынша аккреция дискінің үстіндегі ыстық диссипативті тәж тұжырымдамасын енгізді [16]. Энергияны магнито - гидродинамикалық толқындары немесе ағындар арқылы таратуға болады. Соңғы жылдары жоғары күй мен төмен күй арасындағы бұл ауысу оптикалық қалың диск ағынынан оптикалық жұқа диск ағынына өту ретінде қарастырылады. Аккрецияның бұл соңғы режимі әрқашан шекті тұрақты орбитада болады, өйткені материя горизонт арқылы жарық жылдамдығымен ағуы керек және көкжиекке кірген кезде дыбыстан жоғары болуы керек (себепті себептер бойынша). Осылайша, қара құрдымда ішкі аккреция ыстық болуы керек (яғни жарық жылдамдығына жақын жоғары дыбыс жылдамдығы). Аккреция жылдамдығы жоғары болған кезде жұмсақ ағын басым болады және тәжді салқындату тиімді болады. Екінші жағынан, аккреция жылдамдығы өте төмен болғанда, ішкі диск сыртқы дискіден жұмсақ фотондарды комптонизациялау арқылы салқындатуы өте ыстық күйден басталуы мүмкі; бұл төмен күйдегі (қатты) спектрге сәйкес келеді.

Бұл жарықтық күйлердің болуы тек қара құрдым жүйелері үшін жалпы емес. Сондай-ақ, аз массалық рентгендік екілік жүйелердегі нейтрондық жұлдыздар осындай жарықтық күйлерін орналастырады. Олардың айырмашылығы нейтрондық жұлдыздар жағдайында жұмсақ күйде қатты күйреңгі жоқ болып табылады, ал Cyg X-1 жұмсақ спектрінде кем дегенде бірнеше жүз кВ-қа дейін созылатын және, бәлкім, MeV аймағына дейін созылатын айқын қатты күйрек болады.

1.7 Радио пульсарлар

Пульсарлар – Галактиканың маяктары – күшті магнит өрістері жұлдыздың әрбір айналуында Жерді айналып өтетін электромагниттік сәулеленудің конустық шоқтарын тудыратын, ең алдымен радиотолқын ұзындықтарында байқалатын аттас импульстарды тудыратын жылдам айналатын нейтрондық жұлдыздар (1.7.1 -сурет). Пульсарларды кездейсоқ болса да, 1967 жылы Кембридже Джоселин Белл тапты. Радио сәулеленудің кездейсоқ жарылыстары радиокөздердің планетааралық сцинтилляциясының әсерін зерттеу үшін жүргізілген жұмыстар барысында пайда болды. Энтони Хьюиш басқаратын командада аспирант ретінде жұмыс істей отырып, Белл көп ұзамай эмиссияның аспан сферасындағы бірдей позицияда болатынын түсінді, бұл көздің жерге тән емес екенін көрсетеді. Үлкен уақыт ажыратымдылығы бар кейінгі бақылаулар дәл қайталау кезеңі 1337 мс болатын импульстар тізбегі шығарылымын көрсетті. Осыған байланысты Кембридж тобы өз жаңалықтарын жариялап, көп ұзамай қалған зерттеу деректерін кейінгі тексеру нәтижесінде табылған тағы үш пульсардың табылғанын жариялады [16].

Хьюиш 1974 жылы «пульсарларды ашудағы шешуші рөлі» және радиоастрономиядағы жаңашыл жұмысы үшін физика бойынша Нобель сыйлығымен марапатталды. Беллдің жаңалық ашудағы басты рөлі кеңінен мойындалды: басқа марапаттармен қатар ол Филадельфиядағы Франклин институтының Мишельсон медалін (Хьюишпен бірге), Америка астрономиялық қоғамының Тинсли сыйлығын және Корольдік Астрономиялық Қоғамы институтының Гершель медалін алды.



Сурет 1.7.1 – радиопульсар - магниттік диполь моменті айналу осіне қатысты көлбеу, айналатын магниттелген нейтрондық жұлдыз [16].

Магнитосфера жарық цилиндрінің ішінде тұйықталған $R_L = c/\omega$, мұндағы $\omega = 2\pi/P$ - нейтрондық жұлдыздың бұрыштық жылдамдығы және c - жарық жылдамдығы. Плазма магнит өрісінің ашық сызықтары бойымен ағып кетеді және сол арқылы радиотолқындар шығарады. Беттік өріс кернеулігі 10^4 пен 10^9 тесла (10^8 және 10^{13} гаусс) арасында.

Бақылау прогрессі тез жүріп, дүние жүзіндегі көптеген астрономдар ең үлкен радиотелескоптарды көбірек пульсарларды іздеу үшін пайдаланды, осылайша 1968 жылдың соңына қарай 20-ға жуық пульсар белгілі болды. Осы уақытқа дейін бұл құбылыстың ең ақылға қонымды түсіндірмесі пульсарлардың тез айналатын, магниттік полюстерінен энергияны сәулелендіретін жоғары магниттелген нейтрондық жұлдыздардың болуы болды. Бұл «маяк» үлгісінде байқалатын импульстар магниттік ось бір айналымға бір рет біздің көру сызығымызды кесіп өткенде шығарылады [17].

Алғаш рет Уолтер Баад пен Фриц Цвики ұсынған үлкен жұлдыз супернова ретінде жарылғаннан кейін оның құлаған қалдықтары деп танылған нейтрондық жұлдыздар таза теориялық концепция болды. Баад-Цвиккидің нейтрондық жұлдыздардың супернованың қалдықтарымен байланысы туралы болжамы 1968 жылы Шаян тұманында қысқа мерзімді (33 мс) пульсардың ашылуымен күрт расталды (1.7.2 -сурет).



Сурет 1.7.2 – газ тәрізді жіптермен толтырылған шаян тұмандығы 1054 жылы жарылған жұлдыздың нәтижесінен қалыптасқан [17].

Қызыл түс электрондардың протондармен қайта қосылып, бейтарап сутегін түзетінін көрсетеді, ал көк түс ішкі тұмандықтан синхротронның шығарылуын көрсетеді. Төменгі суретте орталық пульсар тудырған орасан зор электр кернеулері арқылы жеделдетілген плазманың синхротрондық эмиссиясы көрсетілген (қызыл: радио сәулелену, жасыл: көрінетін сәуле шығару, көк: рентгендік сәуле шығару). Бұл рентгендік тұмандықтың ішкі сақинасының көрнекті түйіндері бар диаметрі шамамен бір жарық жылы. Шаян пульсары - торус тәрізді құрылымның ортасында орналасқан ыстық нүкте.

1.8 Галактикалық орталықтардағы аса массивті қарақұрдымдар

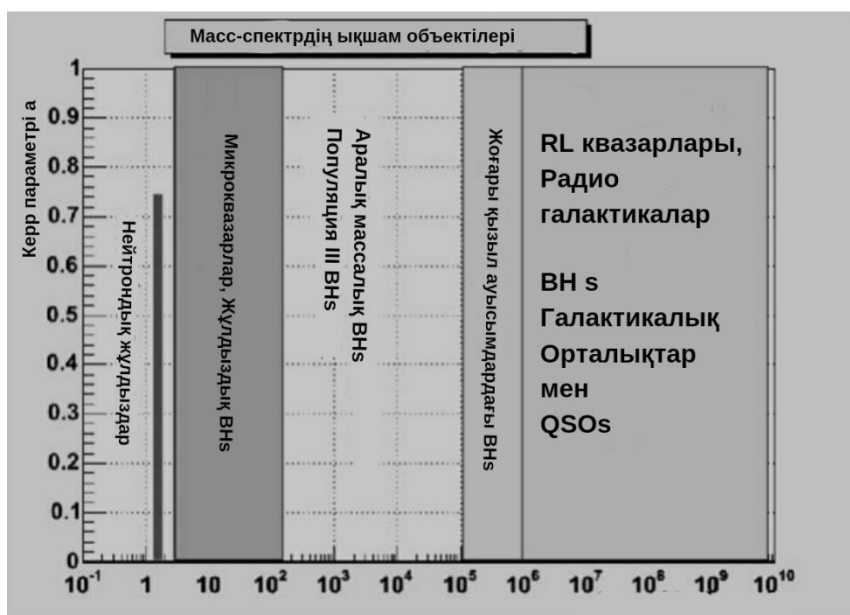
Қара құрдымдардың тығыздығы соншалық, тіпті жарық олардың гравитациясынан құтыла алмайды және ештеңе жарықтан жылдам қозғала алмайтындықтан, қара құрдым ішінен ештеңе қашып құтыла алмайды. Екінші жағынан, қара құрдым өзінен алыстағы нәрсеге бірдей массасы бар кез келген

басқа нысан жасайтын күшпен бірдей күш көрсетеді. Мысалы, егер біздің Күн шамамен 6 км-ге дейін сиқырлы түрде ұсақталса, ол қара құрдымға айналар еді, бірақ Жер бұрынғы орбитасында қалатын еді.

Ньютон Айдың Жерді айнала қозғалысын өз жұмысында жетекші мысал ретінде пайдаланса, Эйнштейн Меркурийдің осы ауытқуын пайдаланды. Жалпы салыстырмалылықтың орталық идеялары бұрыннан орын алған болатын; мәселе Эйнштейн теңдеуіндегі қисықтық терминінің нақты формасы болды. Күннің гравитациялық өрісінің нақты релятивистік моделі қажет емес - Эйнштейн қарапайым көпмүшелік жуықтауды қолданды. 1915 жылдың соңында ол сәтті болды және 43 секундтық кешігу түсіндірілді [17].

Бірнеше аптадан кейін Берлинде жұмыс істейтін Эйнштейн, Ресейде неміс армиясында қызмет ететін астроном Карл Шварцшильдтен хабарлама алды. Көп ұзамай өліммен аяқталатын аурумен ауруханаға жатқызылған Шварцшильд қажетті нақты релятивистік модельді табуға бел буды, ол Шварцшильд кеңістік уақыты оқшауланған сфералық симметриялы жұлдыздың гравитациялық өрісінің ең жақсы сипаттамасы ретінде Ньютон моделін алмастырды. Бірақ салыстырмалылық теориясымен тек санаулы теоретиктер ғана таныс болды және ол кезде жердегі зертханаларда маңызды эксперименттік сынақтар мүмкін болмады.

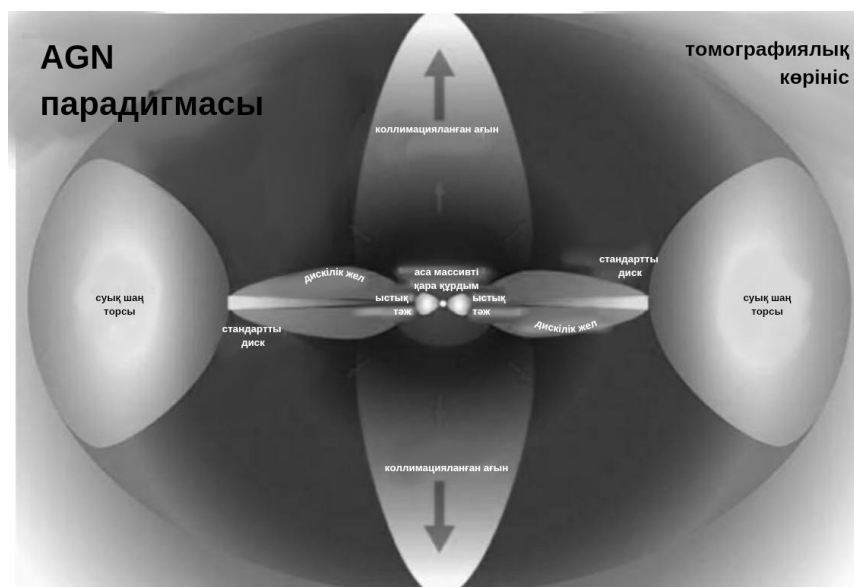
1963 жылы Техас университетінде жұмыс істейтін британдық білім алған жаңа зеландиялық физик Рой Керр ақылды стратегияны қабылдады: Шварцшильдтің ғарыштық уақытының Петров типі D болатынын ескере отырып, ол анық емес айналмалы модельді тікелей мақсат есептемей оның орнына D типті метрикалық тензорлардың алгебралық қарапайым класын зерттеуге көшті. Көптен күткен метрика пайда болды. Керрдің бір жарым беттік ашқан жаңалығы екі жылдан кейін егжей-тегжейлі есептеулермен жалғасты [15].



Сурет 1.8.1. Нейтрондық жұлдыздардың және астрофизикалық қара құрдымдардың массалары [15].

Қара құрдымның тек екі сипаты бар, ол өлшемсіз спин параметрімен берілген массасы мен бұрыштық импульсі. Нейтрондық жұлдыздар шамамен 1,4 күн массасына шоғырланған. Жұлдыздық қара құрдымдар бірнеше күн массасынан 100-ге дейінгі массамен қалыптасады. Галактика орталықтарындағы супермассивті қара құрдымдар жоғары қызыл ығысу кезінде пайда болған қара құрдымдардың аккрециясы арқылы өседі [15-18].

Массасы Күннің массасынан миллионнан бірнеше миллиард есеге дейін болатын қара құрдымдар қазір галактикалардағы ядролық белсенділікті қамтамасыз ететін қозғалтқыштар деп есептеледі (1.8. 2 -сурет). Белсенді ядролар М31 сияқты әлсіз, ықшам радиокөздерден мен олар өмір сүретін бүкіл галактикадан жарығырақ 3С 273 сияқты квазарларға дейінгі аймақты алады. Кейбір ядролар энергия бөлшектерінің ағындарын ғарышқа миллиондаған жарық жылдар бойы шығарып отырады. Астрономдардың барлығы дерлік бұл орасан зор энергияның төгілуі орталық қара құрдымға түсетін жұлдыздар мен газдардың өлімінен туындайды деп санайды. Бұл бақылаулардың өте сәтті түсіндірмесі, бірақ соңғы уақытқа дейін ол толық емес болды: бізде супермассивті қара құрдымдардың бар екендігі туралы тікелей дәлелдер болған жоқ.



Сурет 1.8.2. Суретшінің галактиканың ортасында орналасқан аса массивті қара тесік туралы тұжырымдамасы [15].

Хаббл ғарыштық телескопы кейбір галактикалардың ортасында жасырынған аса массивті қара құрдымдардың ең жақсы дәлелдерін берді. Ғарыштық телескопты бейнелеу спектрографы осы галактикалардың ядросының айналасында үлкен орбиталық жылдамдықтарды анықтады, бұл өте кішкентай аймақтың ішінде үлкен массаны болжайды [16].

Қара құрдымдардың массасы тек уақыт өте келе өсетіндіктен, жақын маңдағы галактикалардың кем дегенде бір бөлігінде нағыз квазарларда белсенділікті тудыратын отын жеткіліксіз өлі квазарлар сияқты аса үлкен қара құрдымдар болуы керек. Соңғы 20 жылда астрономдар галактика

орталықтарының маңындағы жұлдыздар мен газдардың айналуын және кездейсоқ жылдамдықтарын өлшеу арқылы аса массивті қара құрдымдарды іздеді. Егер жылдамдықтары Сомбреро галактикасындағыдай жеткілікті үлкен болса, онда олардың массалары жұлдыздардың массасынан артығырақ болады. 2005 жылы қара құрдымның шамамен 50 табылды (1.8.2 -сурет). Олардың массалары ядролық қозғалтқыштар үшін күтілетін диапозонда және олардың саны квазарлардың энергия шығаруына негізделген болжамдарға сәйкес келеді [16].

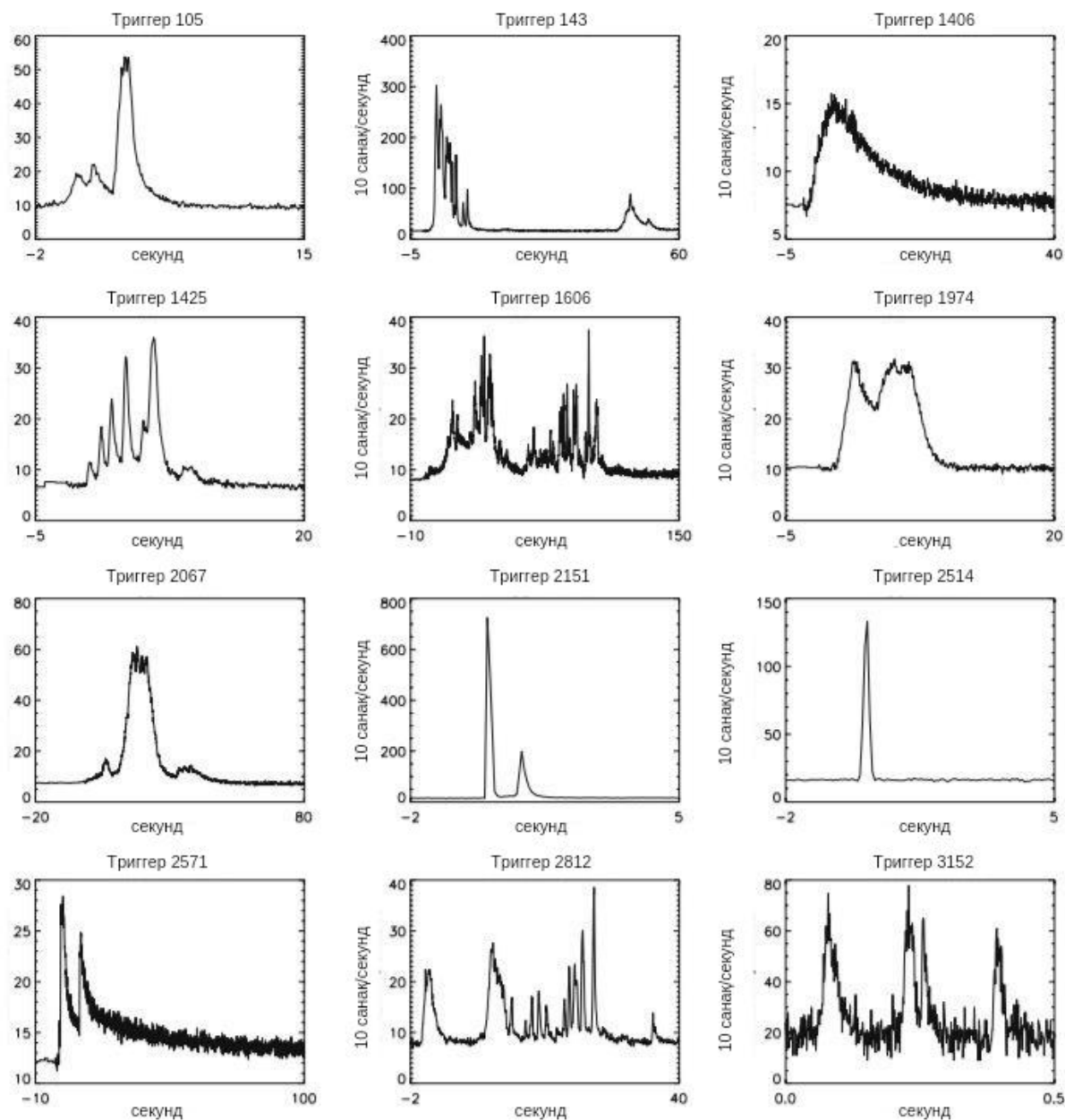
1.9 Гамма-сәулелерінің жарылғыштары

30 жылға жуық қызу пікірталас пен ғылыми ізденістерден кейін ғалымдар «Гамма-сәулелік жарылыстар (ГСЖ) қайда?» Деген сұрақтың жауабын білді. енді «Олардың себебі неде?» Деген сұраққа жауап беруге болады. Халықаралық астрономдар топтамасының осы саладағы соңғы жаңалықтары бұл жарылыстар Ғаламның ең шалғай бөліктерінен шыққанын, мүмкін, 10 секундта Күннің бүкіл 10 миллиард жылдық өмірінде шығаратын энергияны шығаратынын көрсетті [15-16].

Гамма-сәулелену жарылыстары аспанның болжанбайтын бағыттарынан болжау мүмкін емес уақытта орта есеппен күніне бір рет пайда болатын жоғары энергиялы сәулеленудің қысқаша жарқырауы (1.9.1-сурет). 1960 жылдардың аяғында олар ашылғаннан бері (кездейсоқ) бірнеше мың жарылыстар анықталды. Олардың аспанда таралуы толығымен біркелкі (1.9.2 -сурет). Атап айтқанда, олар Құс жолынан келмейтін сияқты. Сонда олар қайдан шыққан? Бұл астрономдардың бірнеше ондаған жылдар бойы ешбір шешімін таппаған сұрағы.

Гамма-сәулелік жарылыстар 1967 жылы атмосфералық ядролық сынақтарға тыйым салу туралы келісімнің сақталуын бақылауға арналған спутниктер арқылы ашылды. Ең қуатты электромагниттік сәулеленудің бұл қысқа мерзімді жарылыстары содан кейін шамамен отыз жыл бойы астрофизикадағы ең үлкен құпиялардың бірі болып қала берді. Осы кезеңнің көп бөлігінде аспандағы жарылыстың позициялары тек шектеулі дәлдікпен белгілі болды, бұл оларды жердегі оптикалық және радиотелескоптармен зерттеу мүмкін болмады. Қолда бар ақпараттың шектеулі болуына байланысты ғалымдар гамма-сәулелік жарылыстарның Жерден қашықтығы сияқты негізгі ақпаратты да сенімді түрде анықтай алмады. Мұндай іргелі мәліметтерсіз ғалымдар жарылыстың табиғатын немесе себебін біле алмады. Мысалы, қашықтықтың белгісіздігіне байланысты астрономдар гамма-сәулелік жарылыстар біздің Күн жүйесінде, біздің Галактикада немесе алыс Ғаламда екенін білмеді. Осы білімнің аздығы жарылыстарды түсіндіруге тырысатын көптеген, кең таралған теорияларды тудырды. 1997 жылы итальяндық-голландиялық ВерроSAX спутнигі жердегі бақылаушыларға гамма-сәулелік жарылыстар туралы жылдам жаңалықтар мен дәлірек позициялық ақпаратты берді. 1997 жылы 8 мамырда ВерроSAX гамма-сәулеленің жарылуын анықтады, ал үлкен ауқымды телескоп бақылаушылары Дейл Фрейл мен Калтехтен Шри Кулкарни 13 мамырда осы нысаннан шығатын радио сәулеленуді анықтады. Бұл гамма-сәулеленуден радио сәулеленудің табылуы бірден пайда болды, бұл сол кездегі кейбір теориялық үлгілерді жоққа

шығарды. 1.9.2-суреттегі сызба 1997 жылы 8 мамырда орын алған гамма-сәулелердің жарылуынан туындайтын рентген ағынының жылдам ыдырауын көрсетеді. Бұл көзден рентген сәулесінің қарқындылығы бір аптадан аз уақыт ішінде миллион есеге жуық төмендеді. Кейіннен үлкен ауқымды телескоп бірнеше басқа гаммарай жарылыстарының радио жарқылын анықтады. Оптикалық обсерваторияларда жүргізілген спектроскопия ол жарықты гамма-сәулелік жарылыстар екенін көрсетті [15].



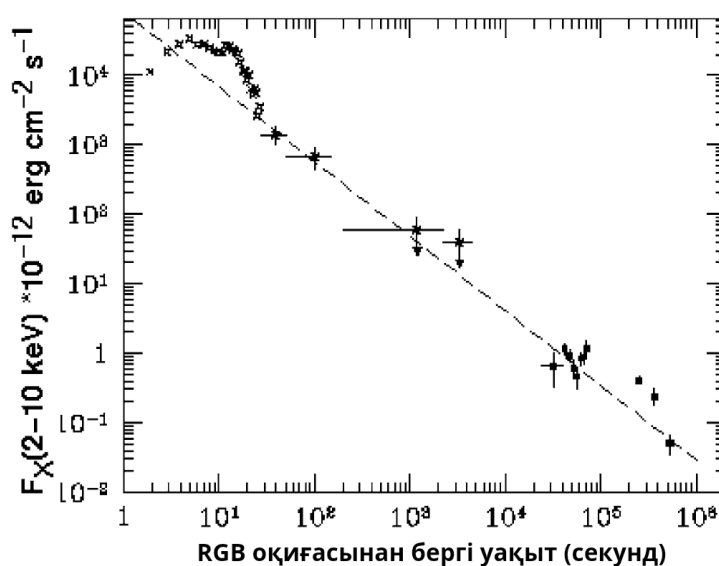
Сурет 1.9.1 - гамма-сәулелерінің жарылыстарына арналған уақыт профилдері (секундтардағы уақыт функциясы ретінде жылдамдықтарды санау)[15].

Біздің Күс жолы галактикасынан тыс үлкен қашықтықта орналасқан, үлкен ауқымды телескоп үлкен ауқымды телескопбақылаулары от шарының өлшемін

және оның кеңею жылдамдығын анықтады. Мысалы, 1997 жылғы 8 мамырдағы гамма-сәулелік жарылыстар жарық жылдамдығымен алғаш рет анықталып, кеңейген кезде жарық жылының оннан бір бөлігін ғана құрады [15].

Үлкен ауқымды телескопспандағы гамма-сәулелік жарылыстарды нақты дәлдікпен анықтау мүмкіндігі басқа обсерваториялардағы астрономдарға олар жіберіп алған гамма-сәулелік жарылыстардың кейінгі жарқырауын табуға көмектесті. 1998 жылғы 29 наурыздағы гамма-сәулелік жарылыстар үшін көрсетілген суретпен үлкен ауқымды телескоптоптикалық және инфрақызыл сараптамадан анықтаған объектінің орны дұрыс болмай шықты, бірақ кейін оның орналасқан жері туралы нақты ақпаратпен алынып алардын орыны анықталды.

Үш онжылдық құпиядан кейін астрономдар қазіргі Ғаламдағы гамма-сәулелік жарылыстар Жерден алыс галактикаларда болатынын біледі.



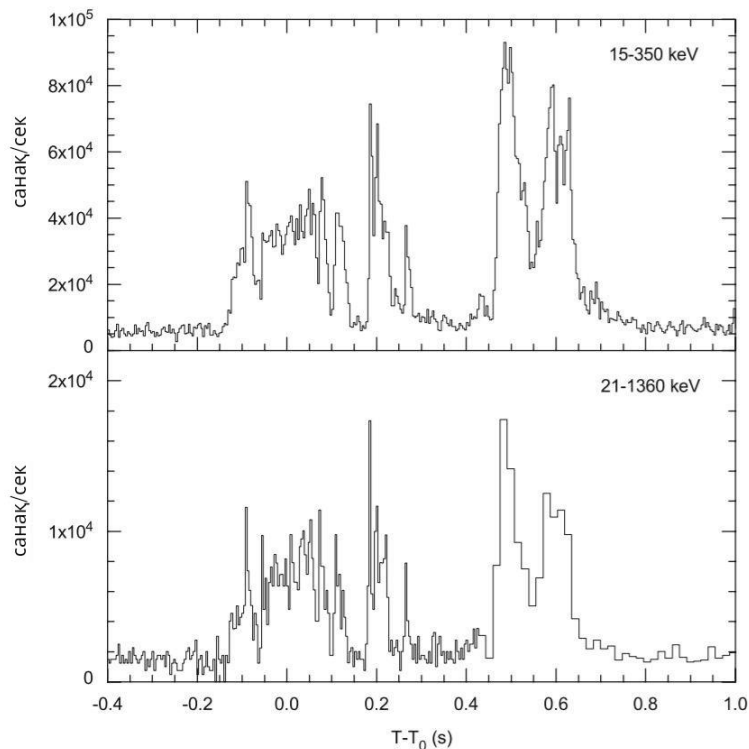
Сурет 1.9.2 - ВерроSAX анықтаған рентген сәулелеріндегі гамма-сәулелік жарылыстардың 970508 ағынының ыдырауы [17].

Одан басқа, үлкен ауқымды телескоп бұл орасан зор жарылыстардың сол галактикалардың шаңды аймақтарында болатынын дәлелдеді, бұл жерде жас жұлдыздар олар пайда болған шаң мен газ бұлттарының ішінде болуы мүмкін деген тұжырымдама айтылды. Бұл дәлелдер одан басқа, гиперновадан және қара құрдымды құрайтын өте массивті жұлдыздың жарылғыш өлімінен туындайтын теорияға сәйкес болды [17].

Радиотелескоптар қазіргі уақытта гамма-сәулелік жарылыстардың отты шарының өлшемін өлшеуге қабілетті жалғыз құрал болып табылады. Сонымен қатар, гамма-сәулелік жарылыстардың кейінгі жарқырауының басқа толқын ұзындықтарында тез сөніп қалса, үлкен ауқымды телескопының қарқындылығы мен басқа сипаттарындағы өзгерістерді бақылай отырып, бір жылдан астам уақыт бойы кейінгі жарқырауды бақылай алды. Бұл бақылаулар астрофизиканың шекаралық аймақтарының бірі туралы басқа жолмен алуға болмайтын ақпаратты қамтамасыз ету үшін радиоастрономияның ерекше маңыздылығын көрсетеді [18].

Гамма-сәулелену жарылыстары 0,1–100 МэВ диапазонында ғарыштық детекторлармен анықталатын, 0,01–100 фотон $\text{см}^{-2} \text{с}^{-1}$ және ұзақтығы 0,1–1000 секунд (1.9.3-сурет). Олардың шығу тегі Күн жүйесінен тыс екені анық және осы уақытқа дейін мыңнан астам оқиға тіркелген. Классикалық гамма-сәулеленулердің изотропиясына қатысты нақты дәлелдер болмағанға дейін, ең ақылға қонымды интерпретациялар Галактикадағы нейтрондық жұлдыздардағы магнитосфералық оқиғаларды қамтыды. Дегенмен, NASA Комптон гамма-сәулелері обсерваториясында BATSE экспериментінде табылған бұл оқиғалардың керемет изотропиясы (Ньютондық есептермен бірге) космологиялық интерпретацияның пайдасына қайшылықтарды айтарлықтай өзгертеді [19].

Егер гамма-сәулелердің жарылыстары біздің Галактикадағы объектілерден болса, олардың көп бөлігін Галактикалық басқа да галактикалық нысандардың көпшілігі кездесетін экватордан көруге болады. Дегенмен, BATSE гамма-сәулеленулердің бірдей саны барлық бағыттан келетінін анықтады (1.15-сурет).

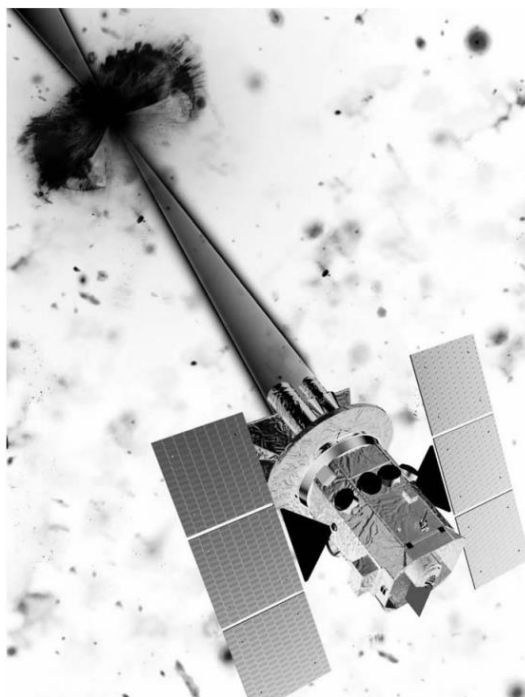


Сурет 1.9.3 - гамма-сәулелену жарылыстары қысқа жарылыстың жарық-қисықтары [19].

15–350 кВ жарық қисығының (жоғарғы сурет) 5–15 мс диапазонында жартылай ені жарты биіктікте спектрі бар кемінде 20 статистикалық маңызды шыңы бар екенін көрсетті. 21–1360 кВ жарық қисығы (төменгі сурет) сонымен қатар жалпы ұзақтығы шамамен 0,8 с болатын бірнеше көп серпінді импульстарды көрсетеді [19].

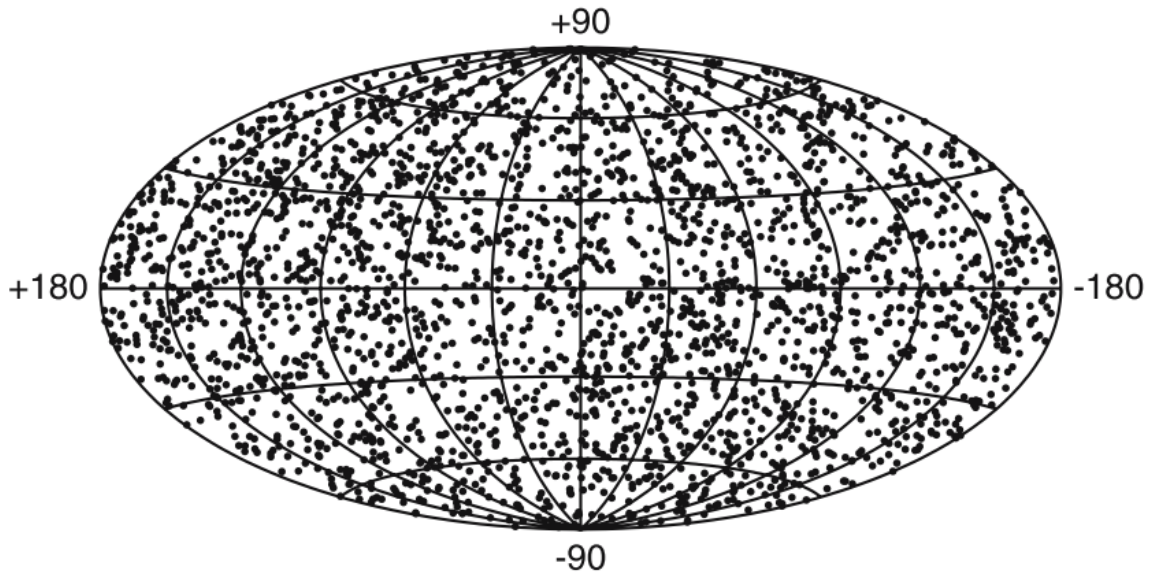
Негізінде, изотропияны: (i) алыстағы галактикалар мен кластерлерге ұқсас космологиялық таралу, яғни жүздеген және мыңдаған Мпк (Мега парсек) немесе (ii) галактикамыздың «кеңейтілген ореолындағы» таралуы, ол соншалықты үлкен, біздің орталықтан тыс орналасқан жерімізбен байланысты шағын диполь

моменті байқалмайды (яғни, ≈ 200 кпк-ден жоғары) немесе (iii) нысандар жеткілікті әлсіз болғандықтан, олар тек сыртта ғана анықталады (дискінің енінен кіші қашықтықтарға, бірнеше кпк) деп қарастыруға болады. «Галактикалық диск» моделі бірнеше кпк ішінде болатын оқиғалардың үлкен санын (тәулігіне бірнеше) түсіндіруде қиынға соғады және кеңістіктік таралудың диполь және квадруполь моменті мұндай бастауды жоққа шығаратыны белгілі. «Ұзартылған ореол» опциясы (жай) диполь және квадруполь бақылау шектеулерін қанағаттандыруы мүмкін, бірақ жарылулардың физикалық шығу тегі мен мұндай үлкен қашықтықтағы көздердің санын түсіндіру оңай емес.



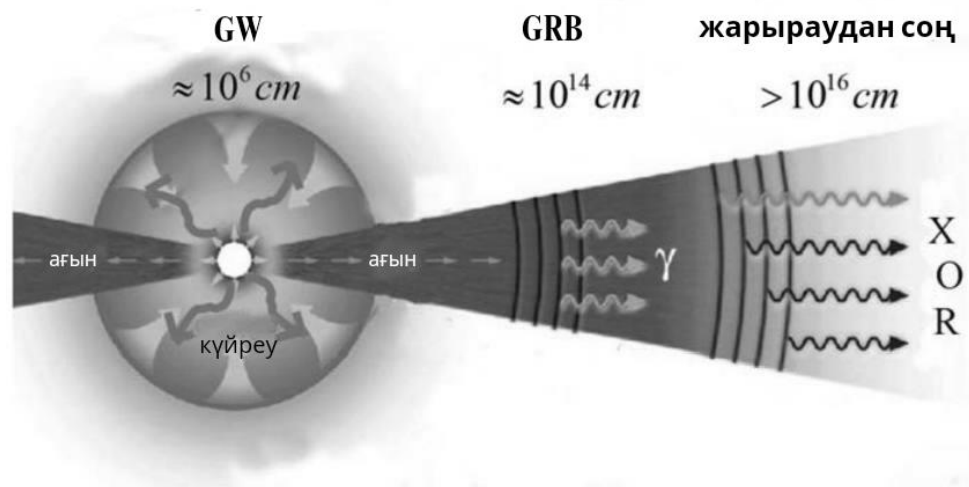
Сурет 1.9.4. Свифт спутнигі гипернова ұшырған реактивті ұшақтардан гамма-сәулеленуді бақылауда [19].

Екінші жағынан, «космологиялық» интерпретацияда кем дегенде екі орынды қуат көзі бар: NS-қара құрдымы екілік біріктірулер (мысалы, гравитациялық толқын энергиясының жоғалуының әсерінен қосылатын екілік пульсарлар) немесе басқа да «сәтсіз супернова» оқиғалары (жұлдыз NS-ге ядролық коллапсқа ұшырайды, бірақ оптикалық дисплей айтарлықтай төмендейді). Олардың кез келгені жылына бір рет галактикада 10^{-5} жиілікте орын алады және қызыл ығысуға дейін анықталатын 10^{50} - 10^{51} эрг спектр шығарады. Осылайша әдеттегі жиілік пен флюенция оңай түсіндіріледі [19].



Сурет 1.9.5 - комптондық гамма сәулелері обсерваториясында тіркелген гамма сәулелік жарылыстардың аспандағы таралуы [19].

Ең бастысы, 1997 жылдың ақпанында гамма-сәулелену жарылыстарынан кейінгі жарқырауы мен аналогтарының ашылуы космологиялық бастауға күшті қолдау көрсетеді.



Сурет 1.9.6 - гамма-сәулелену жарылыстары модельдерінің схемасы [20].

Қара құрдымға қарай құлдырауы полярлық бағытта релятивистік ағындар ретінде қашып кететін көп мөлшерде электрон-позитрон жұптарын тудырады. Бастапқыда плазма оптикалық қалың, тек астрономиялық бірліктердің тәртібіндегі қашықтықта гамма-сәулелері шығып кете алады. Бұл ағындар кейінгі жарқырауда көрінетін соққы фронтын жүргізеді [20].

Гамма-сәулелену жарылыстары үшін үлгілердің бірі - нейтрондық жұлдыздардың екілік жұбы, олардың орбиталық бөлінуі миллиардтаған жыл гравитациялық сәулелену арқылы төмендейді, ақырында қарақұрдымды қалыптастыру үшін біріктіріледі. Қосылу процесінде нейтрондық жұлдыздар бірін-бірі ыдыратып, аккрециялық диск пен ағындарды құрайды (1.9.6-сурет). Космологиялық модельдердің тікелей болжамы, егер гамма-сәулелену

жарылыстары стандартты шамдар болса, ғарыштық уақыттың кеңеюіне байланысты әлсіз флюциялық жарылыстар (ол алысырақ болуы мүмкін) ұзағырақ болады деп күтуге болады. Мұндай әсер жақында хабарланды. Дегенмен, жарылыстың ұзақтығы жарылыс көзінің ішкі қасиеттеріне байланысты болуы мүмкін, сондықтан бұл космологиялық із жарылыс көзнің физикалық бөліктерімен ластануы мүмкін. Космологиялық гамма-сәулелену жарылыстары үшін өте қызықты болжам - олар күннің тыныштық массасымен салыстырылатын гравитациялық толқындармен бірге жүруі керек. Оларды ұсынылған Лазерлі интерферометр гравитациялық толқын обсерваториясындағы детекторларының екі жетілдірілген нұсқасынан сәйкестік өлшемдері арқылы жылына бірнеше рет анықтауға болады. Мұндай өлшемдер сонымен қатар толқын профилі арқылы сәтсіз супернова оқиғаларын немесе ықшам екілік біріктірулерді ажырата алады. Сондай-ақ, флюция функциясы ретінде оқиғалардың санынан алынған әдеттегі қызыл ығысу бойынша шектеулер арқылы ерте жұлдыздардың пайда болуына қатысты құнды ақпаратты алуға болады және гамма-сәулелену жарылыстары жарқырауының таралуына шектеулер шығаруға болады.

1.10 Ықшам объектілердің гравитациясы

Ықшам нысандардың гравитациясы Ньютондық гравитациядан әлдеқайда жоғары гравитациялық өрістерді сипаттауды талап етеді. Бұл Эйнштейннің теориясын мұқият зерттеуді алмастырмайды. Бұл ғажайып теория көптеген классикалық оқулықтарда түсіндіріледі; оған мысалы Миснер, Торн және Уилер [17], Шуц [18], Кэрролл [19] немесе Страуманның [20] кітаптарын кітаптарында жақсы келтірілген. Ықшам нысандар бойынша жақында жүргізілген зерттеулер гравитациялық өрістердің қарапайым стационарлық сипаттамасынан әлдеқайда көп болғандықтан Эйнштейн теңдеулерінің 3+1 бөлінуінің тұжырымдамаларына қысқаша кіріспе береді, ол қазір Эйнштейннің өріс теңдеулерінің сандық өңдеулерінің негізі болып табылады. Екі қара құрдым немесе екі нейтрондық жұлдызды біріктіруге арналған модельдеу осы әдістерге негізделген. 3+1 әдістемесі қазір өте күшті әдіс болып табылады. Бұл әдіс нейтрондық жұлдыздар мен қара құрдымдар сияқты жылдам айналатын ықшам объектілерге арналған өріс теңдеулерін зерттеуде таптырмайтын құрал.

1.11 Геометриялық түсініктер және жалпы салыстырмалылық

1915 жылы Альберт Эйнштейн гравитацияның геометриялық теориясын [21] яғни жалпы салыстырмалылық теориясын жариялады. Ол бөлшектердің салыстырмалы үдеуі гравитациялық күштердің салдары ретінде емес, бөлшектер қозғалатын кеңістік уақытының қисаюынан туындайды деген мағынада ауырлық күшінің жаңа сипаттамасын ұсынды. Бөлшекке гравитациялық емес күштер әсер етпейінше, ол әрқашан «түзу сызықпен» қозғалады. Егер қисық коллекторларды қарастыратын болсақ, геодезия деп аталатын түзу сызықтар туралы түсінік әлі де бар, бірақ олар жазық евклид геометриясындағы тәжірибемізден түзу сызықтармен интуитивті түрде байланыстыратын қасиеттерге ие болмайды.

Мысалы, екі өлшемді жазық геометриядағы екі түрлі түзу бір-бірімен дәл бір рет қиылысатыны белгілі, егер олар параллель болса, бұл жағдайда олар бір-бірімен мүлдем қиылыспайды. Бұл идеялар геометрияны тұжырымдауда ерекше рөл атқаратын Евклидтің геометриясының бесінші постулатынан туындайды.

Жазық Евклид геометриясын алу үшін Евклидтің алғашқы төрт постулатынан бөлек жаңа постулат енгізу керек екені белгілі. Бұл 19 ғасырдағы Гаусс, Лобачевский, Боляй және Риманның жұмысына дейін бесінші постулатты алып тастау қисық коллекторлардағы евклидтік емес геометрияның мүлдем жаңа класына әкелетінін түсінген жоқ. Евклидтік емес геометрияның негізгі ерекшелігі - қисық коллекторлардағы түзу сызықтар бір-бірімен бірнеше рет қиылыса алады және сәйкесінше бір-бірінен бірнеше рет алшақтап, бір-біріне жақындай алады.

Бұл қасиеттердің біз әдетте гравитация сияқты күштермен байланыстыратын әсерлерді қалай тудыратынын көрсету үшін жер бетіндегі екі бақылаушыны қарастыру керек, мысалы, Гейдельбергде (Германияда) және біреуі Венада, Австрияда. Бұл екі бақылаушы оңтүстікке қарай «түзу сызықтармен» қозғала бастайды деп есептесек, мысалы, дәл оңтүстік полюске бағытталған идеалдандырылған компастың көмегімен. Егер біз олардың бөлек жолдарын ұстанатын болсақ, біз дәл жоғарыда айтылған идеяларды табамыз. Екі бақылаушы да солтүстік жарты шарда болған кезде олардың арасындағы тиісті қашықтық артып, экваторға жеткенде максимумға жетеді. Осыдан кейін олар бірте-бірте жақындай бастайды және олардың жолдары оңтүстік полюсте сөзсіз қиылысады.

Ньютон физикасы шеңберінде бақылаушылар өздерінің позицияларының салыстырмалы үдеуін күш әрекетімен байланыстырады. Дегенмен, олардың саяхатының кез келген кезеңінде бақылаушыға шығыс-батыс бағытында ешқандай күш әрекет етпейтіні анық. Геометриялық сипаттамада бақылаушылардың салыстырмалы қозғалысы олар қозғалатын коллектордың қисықтығы, жер бетінің қисықтығы тұрғысынан сапалы жаңа түсініктеме табады. Жалпы салыстырмалық теориясының дамуымен Эйнштейн бұл идеяларды төрт өлшемді кеңістіктегі тартылыс күштеріне қолданудың нақты математикалық негізін берді.

Неліктен мұндай геометриялық интерпретация тек гравитация үшін жасалған деген сұрақ туындауы мүмкін. Немесе басқаша айтқанда: гравитацияны басқа үш іргелі өзара әрекеттесуден қандай қасиет ажыратады? Жауап гравитациялық зарядта яғни массада жатыр. Бөлшектің гравитациялық өріске қосылуын анықтайтын гравитациялық масса m_G бөлшектің сыртқы күшке кинематикалық реакциясын сипаттайтын инерциялық массаға m_I іс жүзінде бірдей болатынын байқауға болады. Массалардың осы екі түрі арасындағы айырмашылықты өлшеу үшін жоғары дәлдіктегі эксперименттер жүргізілді. Бұл нәтижелердің барлығы массалар шынымен тең деген болжамға сәйкес келеді. Сондықтан масса $m_a = GmM/r^2$ гравитациялық күштерге ғана тәуелді бөлшектің динамикасын реттейтін Ньютон теңдеулерінен шығады, мұндағы a - бөлшектің үдеуі, G гравитациялық тұрақты, M сыртқы көздің массасы және r осы көздер қашықтығы. Бөлшектердің қозғалысы таза кинематикалық терминдермен

сипатталатындай етіп бөлшек массасын m көбейтуге болады. Гравитациялық күш ұғымының артықтығы табиғи түрде жалпы салыстырмалылық сияқты гравитацияның геометриялық теориясына енгізілген.

Бұл мінез-құлық гравитацияны электромагниттік әрекеттесу жағдайында электр заряды сияқты зарядтардың әртүрлі түрлерімен байланысты басқа іргелі өзара әрекеттесулерден ерекшелендіретінін атап өту маңызды. Электромагниттік, әлсіз және күшті әрекеттесу үшін ұқсас геометриялық формулаларды қалай алуға болатыны анық емес. Осы үш іргелі күшті кванттық теория шеңберінде гравитациямен біріктіру жүргізіліп жатқан зерттеулердің маңызды бағыттарының бірі болып табылады.

1.12 Эйнштейннің жалпы салыстырмалық теориясының негізгі принциптері

Эквиваленттілік принципі гравитация теориясының дамуында тарихи маңызды рөл атқарды. Ньютон бұл принципті механиканың ірге тасы ретінде қарастырғандықтан, Принципияның алғашқы параграфын соған арнады. 1907 жылы Эйнштейн принципті жалпы салыстырмалылықтың негізгі элементі ретінде пайдаланды. Енді біз эквиваленттілік принципін Ньютондық гравитация емес, кеңістік уақыттың қисық екендігі туралы кеңірек идеяның негізі ретінде қарастырамыз. Бір қарапайым эквиваленттілік принципі Ньютонның «масса» деп аталатын дененің қасиеті «салмаққа» пропорционал және әлсіз эквиваленттілік принципі ретінде белгілі деп айтқан кездегі түрі. Әлсіз эквиваленттілік принциптің балама мәлімдемесі - еркін құлап жатқан дененің траекториясы (электромагнетизм сияқты күштер әсер етпейтін және толқындық гравитациялық күштердің әсерінен тым кішкентай) оның ішкі құрылымы мен құрамына тәуелсіз. Гравитациялық өріске екі түрлі денені түсірудің ең қарапайым жағдайында, әлсіз эквиваленттілік принципіденелердің бірдей үдеумен құлайтынын айтады (бұл көбінесе еркін құлаудың әмбебаптығы деп аталады).

Неғұрлым күшті және ауқымды эквиваленттік принцип Эйнштейн эквиваленттілік принципі ретінде белгілі. Онда [22] былай делінген:

1. Әлсіз эквиваленттілік принципі жарамды.
2. Кез келген жергілікті гравитациялық емес эксперименттің нәтижесі ол орындалатын еркін түсетін тірек жүйесінің жылдамдығына тәуелсіз.
3. Кез келген жергілікті гравитациялық емес эксперименттің нәтижесі оның Ғаламда қай жерде және қашан орындалатынына тәуелсіз.

Эйнштейн эквиваленттілік принципі екінші бөлігі жергілікті Лоренц инварианты деп аталады, ал үшінші бөлігі жергілікті позиция инварианты деп аталады. Мысалы, зарядталған екі дененің арасындағы электр күшін өлшеу жергілікті гравитациялық емес тәжірибе болып табылады; ал екі дене арасындағы тартылыс күшін өлшеу (Кавендиш тәжірибесі) оған жатпайды.

Эйнштейннің эквиваленттік принципі гравитациялық теорияның жүрегі мен жаны болып табылады, өйткені егер Эйнштейннің эквиваленттік принципі жарамды болса, онда гравитация қисық кеңістік-уақыт құбылысы болуы керек, басқаша айтқанда, гравитацияның әсері қисық кеңістікте өмір сүру әсеріне тең

болуы керек. Осы аргументтің салдары ретінде, ауырлық күшінің метрикалық теорияларының постулаттарын қанағаттандыратындар Эйнштейннің эквиваленттік принципіу құра алатын жалғыз гравитация теориялары болып табылады, олар:

1. Кеңістік уақыт симметриялы метрикамен қамтамасыз етілген.

2. Еркін түсетін денелердің траекториялары сол метриканың геодезиясы болып табылады.

3. Жергілікті еркін түсетін санақ жүйелерінде физиканың гравитациялық емес заңдары арнайы салыстырмалық тілінде жазылған заңдар болып табылады.

Бұл тұжырымға әкелетін аргумент жай ғана мына жағдайды атап өтеді: егер Эйнштейннің эквиваленттік принципі жарамды болса, онда жергілікті еркін түсетін санақ жүйелерінде эксперименттерді реттейтін заңдар санақ жүйелерінің жылдамдығынан тәуелсіз болуы керек (жергілікті Лоренц инварианты), әртүрлі атомдық тұрақтылар үшін тұрақты өзінің мәндері болуы керек (орналасқан жерінен тәуелсіз болу үшін). Мұны орындайтын біз білетін жалғыз заңдар - бұл Максвеллдің электромагнетизм теңдеулері сияқты арнайы салыстырмалылықпен үйлесімді заңдар. Сонымен қатар, жергілікті еркін түсетін жақтауларда сынақ денелері үдеусіз болып көрінеді, басқаша айтқанда, олар түзу сызықтармен қозғалады; бірақ мұндай «жергілікті түзу» сызықтар қисық кеңістіктегі «геодезиялыққа» жай ғана сәйкес келеді.

Жалпы салыстырмалылық теориясы және одан басқа Бранс-Дик теориясы да гравитацияның метриклік теориясы болып табылады. Дегенмен супер ішек теориясы да негізінен кеңістік-уақыт метрикасына негізделген, қосымша өрістерді (дилатондар, модульдер) енгізеді, олар материалдық кернеу-энергияға қосыла алады, дегенмен бұл теория да әлсіз эквиваленттік принциптің бұзылуына әкелуі мүмкін. Сондықтан қисық кеңістіктік уақыт ұғымы өте жалпы және негізгі ұғым болып табылады, сондықтан Эйнштейннің эквиваленттік принципінің әртүрлі аспектілерін мұқият тексеру маңызды.

Әлсіз эквиваленттік принциптің тікелей сынағы сыртқы гравитациялық өрісте әртүрлі құрамдағы екі зертханалық өлшемді денелердің үдеуін салыстыру болып табылады. Егер принцип бұзылса, онда әртүрлі денелердің үдеулері әртүрлі болар еді. Тәжірибемен салыстыру үшін қолайлы пішінде әлсіз эквиваленттік принциптің мұндай ықтимал бұзылыстарын сандық бағалаудың ең қарапайым тәсілі инерциялық массасы m_I дене үшін пассивті гравитациялық масса m_P енді m_I -ге тең емес деп болжау, сондықтан гравитациялық өрісте g , үдеу арқылы беріледі:

$$m_I a = m_P g. \quad (1.12.1)$$

Енді әдеттегі зертханалық дененің инерциялық массасы масса-энергияның бірнеше түрінен тұрады: тыныштық энергиясы, электромагниттік энергия, әлсіз әрекеттесу энергиясы және т.б. Энергияның осы түрлерінің бірі m_P -ге m_I -ге қарағанда басқаша әсер етсе, әлсіз эквиваленттік принцип бұзылады. Оны келесі түрде жазуға болады:

$$m_p = m_I + \sum_A \eta_A E^A / c^2, \quad (1.12.2)$$

мұндағы E^A - А әрекеттесу нәтижесінде пайда болатын дененің ішкі энергиясы, ал η_A – осы әрекеттесу нәтижесінде туындаған әлсіз эквиваленттік принципінің бұзылу күшін өлшейтін өлшемсіз параметр, ал c – жарық жылдамдығы. Екі дененің арасында өлшенген a_1 және a_2 үдеуіндегі бөлшек айырмашылықты өлшеу немесе шектеу келесідей анықталған Эотвёс қатынасы деп аталатын шаманы береді:

$$\eta = \frac{2|a_1 - a_2|}{|a_1 + a_2|} = \sum_A \eta_A \left(\frac{E_1^A}{m_{I,1} c^2} - \frac{E_2^A}{m_{I,2} c^2} \right). \quad (1.12.3)$$

Ньютонның, Бессельдің және Поттердің маятниктік тәжірибелерінен бастап Эотвёс, Дикке, Брагинскийдің және олардың әріптестерінің классикалық бұралу-баланс өлшемдеріне дейін жоғары дәлдіктегі Эотвёс типті көптеген эксперименттер орындалды. Заманауи бұралу-баланстық тәжірибелерде әртүрлі құрамдағы екі объект штангамен біріктірілген немесе науаға орналастырылған және жұқа сым арқылы көлденең бағытта ілінген. Денелердің гравитациялық үдеулері әртүрлі болса, сым арасындағы бұрышқа және гравитациялық үдеу бағытына байланысты аспа сымда индукциялық момент болады. Егер бүкіл құрылғы ω бұрыштық жылдамдықпен қандай да бір бағытта айналса, момент $2\pi/\omega$ периодымен модуляцияланады. Эотвёс және оның әріптестерінің эксперименттерінде сым мен g Жердің айналуына байланысты аппараттағы центрге тартқыш үдеуден өте параллель болған жоқ; құрылғы сымның бағытына қарай айналдырылды. Дикке және Брагинскийдің тәжірибелерінде g Күндікі болды, ал Жердің айналуы 24 сағаттық периодта моменттің модуляциясын қамтамасыз етті. 1980 жылдардың аяғынан бастап, ең алдымен «бесінші күш» іздеу үшін көптеген эксперименттер жүргізілді, бірақ олардың нөлдік нәтижелері де әлсіз эквиваленттік принциптің сынақтарын құрады. Колорадо университетінде жүргізілген «еркін түсу Галилео экспериментінде» уран мен мыстан жасалған екі дененің салыстырмалы еркін түсу үдеуі лазерлік интерферометриялық әдіс арқылы өлшенді. Вашингтон университетінде жүргізілген «Eot-Wash» эксперименттері әртүрлі материалдардың жер бетіндегі жергілікті топографияға, жылжымалы зертханалық массаларға, Күн мен галактикаға қарай үдеулерін салыстыру үшін күрделі бұралу тепе-теңдік наuasын пайдаланды және оның деңгейі 4×10^{-13} екені анықталды.

ТАРАУ 2. ВАКУУМДЫҚ ӨРІСТЕГІ ШЕШІМДЕР

2.1 Жалпы салыстырмалық теориясының көпполюсті моменттері

Жалпы салыстырмалық теориясының теңдеулерінің сызықты еместігіне тән шектен тыс қиындықтар гравитациялық сәулеленуді талқылауда жуықтау процедурасының қандай да бір түрін қабылдауға мәжбүр етеді. Жазық кеңістік-уақыт фонына қатысты дәйекті жуықтауларды алу процедурасын бірнеше авторлар қарастырды, атап айтқанда (осы жұмыс тұрғысынан) Янис пен Ньюман бірінші ретті (сызықтық) жуықтауды талқылады, және екінші ретті жуықтаулармен айналысқан Торренс пен Янис, Коуч және басқалары. Бірінші ретті жуықтауда пайда болатын теңдеулер Вейл тензорының белгілі бір «жақтау» құрамдастары үшін сызықты бірінші ретті ішінара дифференциалдық теңдеулер болып табылады. Жоғарыда аталған жұмыстарда бос өріс ерітіндісі қарастырылады, сондықтан сәулелену өрісі үшін көздерді білдіретін терминдер еленбеді, сызықтық теңдеулер құрамдастары біртекті деп қарастырылды. Бұл бөлімде біз біртекті емес жағдайға сызықтық жуықтауды талқылауды кеңейтеміз [22-23].

Біртекті жағдайды талдау спиндік салмақты сфералық гармоникалардың коэффициенттері арқылы пайда болатын (нөлдік сфералық полярлық координаталар пайдаланылған кезде пайда болатын) көпполюсті момент деп аталатын белгілі функцияларды (осы жұмыста $h_q^{(l)}$ арқылы белгіленген) береді. Біртекті емес жағдайда талдаудың орындалу тәсілі табиғи жолмен бұрыштық сипаттамадан гөрі өлшемділікке негізделген көпполюсті моменттің анықтамасына $h_{\alpha\beta|c_1\dots c_n}$ арқылы белгіленеді) әкеледі. h_q әр түрлі өлшемдері бар терминдердің үлестеріне байланысты екені белгілі болды, бұл мінез-құлық «өлшемді араластыру» терминімен сипатталады.

Тіпті қарапайым жүйелер үшін бұл араластыру шексіз және әр түрлі өлшемдері бар шексіз санды мүшелер кез келген $h_q^{(l)}$ - ға ықпал етеді. Бұл айтарлықтай $h_{\alpha\beta|c_1\dots c_n}$ - ден өзгеше, олар бір өлшеммен байланысты.

Гравитациялық сәулеленудің жалпы белгілерін анықтау үшін көзге тәуелді моменттердің $h_{\alpha\beta|c_1\dots c_n}$ үлкен пайдасы жоқ, олар күрделі талдауға әкеледі. Толқындық құйрықтар, масса мен импульс жоғалтуларының болуы сияқты ерекшеліктер сәуле шығаратын денелер $h_q^{(l)}$ - көмегімен өте жақсы орналасуы мүмкін.

Алайда, өз табиғаты бойынша, көзге тәуелді моментті анықтау-бұл бастапқы конфигурацияларға байланысты нақты есептеулер қажет болған кезде қолданылуы керек. Бұл, атап айтқанда, энергия-импульсті жоғалту үшін жарамды. Егер бұл есептеулерде энергияның псевдотензоры қолданылса, онда олар ұзақ және күрделі болады. Бұл қиындықты Bondi—Sachs жаңалықтар функциясы арқылы шешуге болады оның орнына, бұл мән осы мақалада

қолданылады және энергия жоғалту-импульстің негізгі үлесін алу үшін көзге тәуелді моментті анықтаумен біріктіріледі. Өрнектер қарапайым және жалпы.

Көздер кеңістіктік ықшам, яғни шектеулі көлемде деп есептеледі. Біз сондай-ақ моменттердің ақырғы баяу уақыт аралықтарын қоспағанда, тұрақты деп есептейміз, бұл шарт «көз тек шектеулі уақыт аралықтары үшін қозғалыста» деп сипатталған. Егер бейсызық жуықтаулар ескерілсе, онда көз моменттері тұрақты емес кезең ішінде жалпы кері шегінеді. Бұл кері қайтару сәттер қайтадан тұрақты мәндерді қабылдағаннан кейін жалғасады.

2.2 Бианчи сәйкестігі және еркін өрістегі шешім

Келесіде және бүкіл жұмыста спинорлық индекстер үшін латын бас әріптері пайдаланылады және 0, 1 мәндерін қабылдайды, ал тензорлық индекстер үшін грек әріптері пайдаланылатын боламыз және 0, 1, 2, 3 мәндерін қабылдайды. Спинорлық есептеулермен танысу осы және келесі бөлімде қарастырылады [23].

Жалпы кеңістік-уақыт бойынша спинорлық формадағы Бианчи сәйкестіктері болып табылады:

$$\begin{aligned} \partial^D_G \Psi_{ABCD} &= \partial(C^H \Phi_{AB}) G \cdot H, \\ \partial^{AG} \Psi_{ABG \cdot H} &= -3 \partial_{BH} \Lambda \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

мұндағы Ψ_{ABCD} , $\Phi_{ABA'B'}$ және Λ спинорлары Вейл тензорына сәйкес келеді, бос бөлік тиісінше Ричи тензоры және скаляр қисықтық. ∂_{AB} ковариантты әр түрлі байланыс операторлары.

Олардың тәуелсіз сәйкестіктері жоқ. Бос орынға $\Phi_{ABA'B'} = \Lambda = 0$ қоя аламыз, осыдан (2.2.1) келесіге дейін азайтады:

$$\partial^D_G \Psi_{ABCD} = 0 \quad (2.2.2)$$

Енді (2.2.2) сызықтық етіп көрсетейік, яғни нөлдік сфералық полярлық координаталардағы метрикасы u, r, θ, ϕ арқылы берілген жазық кеңістік-уақыт фоны берілген:

$$ds^2 = du^2 + 2dudr - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (2.2.3)$$

одан l^A формасын қабылдайтын o^A спиндік диадалынады:

$$o^A = 2^{\frac{1}{4}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{1}{2} \theta e^{-\frac{i\phi}{2}} \\ \sin \frac{1}{2} \theta e^{\frac{i\phi}{2}} \end{Bmatrix}, \quad i^A = 2^{\frac{-1}{4}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{1}{2} \theta e^{-\frac{i\phi}{2}} \\ \cos \frac{1}{2} \theta e^{\frac{i\phi}{2}} \end{Bmatrix} \quad (2.2.4)$$

∂_{AB} коварианттық операторларын (2.2.3) метрикаға қатысты анықталған ішінара дифференциалдау операторларымен ауыстырып, диад құраушыларын аламыз:

$$\begin{aligned} o^A \bar{o}^A \partial_{AA'}^{flat} &= \frac{\partial}{\partial r}, & o^A \bar{l}^A \partial_{AA'}^{flat} &= \frac{1}{\sqrt{2r}} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \\ l^A \bar{l}^A \partial_{AA'}^{flat} &= \frac{\partial}{\partial u} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

$\partial_{AA'}^{flat} = \sigma_{AA'}^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu}$ дан, мұндағы $\sigma_{AA'}^\mu$ тензорлық индекстерден спинорлық индекстерге аударуды қамтамасыз ететін символдар (оларды $2^{-\frac{1}{2}} \times$ бірлік матрица және Паули матрицаларының күрделі конъюгаттар ретінде алуға болады) және мұндағы $x^\mu = (t, x, y, z) = (u + r, r \sin \theta \cos \phi, r \sin \theta \sin \phi, r \cos \theta)$ Минковский координаттары болып табылады. (2.2.2) диадтық құрамдастарын алып, (2.2.4), (2.2.5) пайдалана отырып, біз (2.2.2) келесі сегіз теңдеу жиынына төмендейтінін анықтаймыз:

$$\left(\partial_r + \frac{5-k}{r} \right) \psi_k + \frac{1}{\sqrt{2r}} \partial \psi_{k-1} = 0 \quad (2.2.6)$$

және ($k = 1, 2, 3, 4$)

$$\psi_{k-1} - \frac{1}{2} \left(\partial_r + \frac{k}{r} \right) \psi_{k-1} + \frac{1}{\sqrt{2r}} \partial \psi_k = 0 \quad (2.2.7)$$

Мұндағы $\partial_r \equiv \frac{\partial}{\partial r}, \equiv \partial / \partial u$, және $\partial, \bar{\partial}$ салмақты көтеру және түсіру операторлары болып табылады:

$$\begin{aligned} \partial \psi_k &= - \left(\frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} + (k-2) \cot \theta \right) \psi_k \\ \bar{\partial} \psi_k &= - \left(\frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} + (2-k) \cot \theta \right) \psi_k \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

және мұндағы ψ_k ($k=0, \dots, 4$) ψ_{ABCD} спинордың жұқа құрамдас бөліктері болып табылады. Бұл кезеңде сипаттамасы туралы болжам ψ_0 кеңістік-уақыт асимптоталық түрде жазық болуын қамтамасыз ету үшін үлкен көлемде r жасалуы керек. Біз осыны болжаймыз:

$$\psi_0 = O(r^{-5}) \quad (2.2.9)$$

Осымен (2.2.6) бірден біріктіріледі:

$$\psi_k = \frac{\psi_k^0}{r^{5-k}} - \frac{1}{\sqrt{2} r^{5-k}} \int_\infty^r r'^{1(4-k)} \bar{\partial} \psi_{k-1} dr' \quad (2.2.10)$$

$f(u, r, \theta, \phi) = O(g(r))$ келесіні білдіреді: $|f(u, r, \theta, \phi)| < g(r) F(u, \theta, \phi)$ кейбір F үшін r -ге тәуелсіз және барлық үлкен r үшін жеткілікті.

ψ_k^0, r -ге тәуелсіз интеграция функцияларының болуы (2.2.7) $k = 1$ мүшесіне айналады:

$$\psi_0 - \frac{1}{2} \left(\partial_r + \frac{1}{r} \right) \psi_0 - \frac{1}{2r^5} \int_{\infty}^r r'^3 \partial \bar{\partial} \psi_0 dr' + \frac{1}{\sqrt{2}r^5} \partial \psi_1^0 = 0 \quad (2.2.11)$$

ψ_0 – компонентті бұл спин салмағының 2 саны; сондықтан оны спиндік салмақты 2 сфералық гармоникаға бөлуге болады болады (қосымшаны қараңыз):

$$\psi_0 = \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{q=-1}^l A_{lq}(u, r) \partial^2 (P_l^{lq} e^{iq\phi}) \quad (2.12)$$

Енді r -ге кері дәрежедегі шекті қатар түріндегі өріс көздеріне қатысты кеңістік-уақыт экстерьерінде A_{lq} шешімін іздейік. Асимптотикалық сипаттаманы (2.2.9) атап өтеміз:

$$A_{lq}(u, r) = \sum_{n=0}^p \frac{a_{lq}^n(u)}{r^{n+5}} \quad (2.2.13)$$

p шектеулі. Мұны (2.2.11) орнына қойып, r -дің әртүрлі дәрежелерінің коэффициенттерін бөлек қарастырсақ, келесі теңдеуді аламыз:

$$\dot{\alpha}_{lq}^n(u) = \left(\frac{(l-1)(l+2)-n(n+3)}{2n} \right) \alpha_{lq}^{n-1}(u) \quad (n = 1, \dots, p) \quad (2.2.14a)$$

$$\left(\frac{(l-1)(l+2)-(p+1)(p+4)}{2(p+1)} \right) \alpha_{lq}^p(u) = 0 \quad (2.2.14b)$$

$\dot{\alpha}_{lq}^0$ ға қатысты теңдеу мұнда маңызды емес. (2.2.14) p -ті (1—2) таңдауға болатынын көреміз, өйткені егер $p > l - 2$ барлығы $a_{lq}^n(u)$ үшін автоматты түрде жоғалады $n \geq l - 1$. Одан әрі, бір рет $l - 2(u)$ белгілі болса, басқалары да белгілі $a_{lq}^n(u)$ ($n = 0, 1, \dots, l - 3$), сондықтан нақтылау $a_{lq}^{l-2}(u)$ шешімін аламыз. A_{lq} пішіннің (2.2.13) пен бірге $p = l - 2$ және $\dot{\alpha}_{lq}^n(u)$ ($n \leq l - 2$) қанағаттандыратын (2.2.14a) және (2.2.14b) теңдеулері автоматты түрде қанағаттандырылады. Енді біз сызықтық теорияны қарастыратындықтан, барлық өріс шамаларын сәулелену жүйесінің массасын сипаттайтын m параметрінде бірінші ретті деп санауға болады. Жоғарыда айтылған ескертулерден біз сәйкесінше келесідей белгіледік:

$$a_{lq}^{l-2}(u) = m h_q^{(l)}(u) \quad (2.2.15)$$

$h_q^{(l)}(u)$ функциялары кез-келген массалық өлшемге тәуелсіз. $h_q^{(l)}(u)$ функциялары өріс көздерінің көпполюсті моменттері ретінде анықталады. Сәйкесінше өріске арналған шешім $\sum_{q=-1}^l h_q^{(l)}(u)$ деп аталады. 2^l - полюсті (немесе $(1l)$) ерітінді «еркін өріске қатысты». Енді (2.2.12) - (2.2.15) көмегімен $(1l)$ шешімдерін

табамыз:

$$\begin{matrix} (0) & (1) \\ \psi_0 = \psi_0 = 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} (0) \\ \psi_0 = \sum_{n=1}^{l-1} \sum_{q=-1}^l \frac{c_n h_q^{(l-n-1)}}{r^{n+4}} \partial^2 (P_l^{lq} e^{iq\phi}) \end{matrix} \quad (l \geq 2) \quad (2.2.16)$$

Мұндағы:

$$c_n^l = \frac{2^{l-n-1} (l+n+1)! (l-2)!}{(2l)! (l-n-1)! (n-1)!} \quad (2.2.17a)$$

$$h_q^{(k)} \equiv \frac{d^k}{du^k} h_q \quad (2.2.17b)$$

Вейл өрісінің қалған бөлігін, яғни құрамдастарын ψ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) енді (2.2.6) және (2.2.7) теңдеулерін әрі қарай қарастыру арқылы анықтауға болады. Бирхофт теоремасын және белгілі бір координаталық түрлендірулер қолдану арқылы аздап жеңілдетуге болады. Бұл есептеулердің егжей-тегжейлері үлкен мәнге ие емес және олар алынып тасталады. Бізде негізінен ψ_4 шешімі қызықтырады:

$$\begin{matrix} (0) & (1) \\ \psi_4 = \psi_4 = 0 \\ \psi_4 = \left[\sum_{q=-l}^l \left(\frac{4(l-2)!}{(l+2)!} \frac{c_1 h_q^{(l+1)}}{r} + \frac{2c_1 h_q^{(l+1)}}{l(l+1)r^2} + \frac{c_1 h_q^{(l)}}{2r^3} + \frac{l(l+1)c_1 h_q^{(l-1)}}{12r^4} \right) + \right. \\ \left. \left(\frac{(l+2)!}{4(l-2)!} \sum_{n=1}^{l-1} \sum_{q=-l}^l \frac{c_n h_q^{(l-n-1)}}{n(n+1)(n+2)(n+3)r^{n+4}} \right) \right] \partial^2 (P_l^{lq} e^{iq\phi}) \end{matrix} \quad (2.2.18)$$

ψ_1, ψ_2 және ψ_3 одан әрі талқыламаймыз.

2.3 Бос емес кеңістіктегі Бианчи сәйкестіктері

Енді (2.1.1) толық жалпылама қарастырамыз і.е. $\Phi_{ABA'B} \neq 0 \neq A$.

Операторды қолдану $\partial_{FG'}$ to (2.1.1a) береді:

$$\begin{aligned} \partial_{FG'} \partial_D^{G'} \Psi_{ABC}^D &\equiv \frac{1}{2} \{ \partial_{FG'} \partial_D^{G'} + \partial_{DG'} \partial_F^{G'} \} \Psi_{ABC}^D - \frac{1}{2} \nabla \Psi_{ABCF} = - \partial_{FG'} \partial_{(C}^{H'} \Phi_{AB)}^{G'}_{H'} \\ \nabla &\equiv \partial_{FG'} \partial^{FG'} \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

Енді:

$$\frac{1}{2} \{ \partial_{FG'} \partial_D^{G'} + \partial_{DG'} \partial_F^{G'} \} \Psi_{ABC}^D = 3X_{FDE(A} \Psi_{BC)}^{DE} + X_{FDE}^D \Psi_{ABC}^E \quad (2.3.2)$$

Мұндағы:

$$X_{ABCD} = \Psi_{ABCD} + 2\Lambda \varepsilon_{(A|C|\varepsilon B)D} \quad (2.3.3)$$

ε_{AB} Леви — Сивита символдары болып табылады және $(| |)$ симметрия арасындағы барлық индекстерді жоққа шығаратынын білдіреді. Демек (2.3.2) өріс шамасындағы екінші ретті өрнек сызықтық жуықтауда жойылады. Операторларды белгілеу $\partial_{AA'}^{flat}$ бойынша, $\partial_{AA'}$. Осылайша, бізде (2.3.1) сызықтық нұсқасы ретінде:

$$\begin{aligned} \nabla \Psi_{ABCD} &= 2\hat{\partial}_{DG'} \hat{\partial}_{(C}{}^{H'} \Phi_{AB)}{}^{G'}{}_{H'} \\ \nabla &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

(t, x, y, z) Минковский координатасы болып табылады. (2.3.4) шешімі шығыс толқындар үшін берілген:

$$\Psi_{ABCD}(P) = \frac{1}{2\pi} \hat{\partial}_{DG'} \hat{\partial}_{(C}{}^{H'} \int_V \frac{\Phi_{AB)}{}^{G'}{}_{H'}}{r^*} dV \quad (2.3.5)$$

Мұндағы: r^* өріс нүктесінен бастапқы нүктелерге дейінгі қашықтық, мұнда $\Phi_{ABA'B'}$ $t - r^*$ кешіктірілген уақыт пен бағаланады және мұндағы V – өрістің барлық көздерін толығымен қамтитын кез-келген көлем. r^* байланысты (өріс нүктесінің басынан қашықтығы) $r^{*2} = r^2 + \xi^2 - 2x^a \xi_a$ ($r^2 = x^a x_a$, $\xi^2 = \xi^a \xi_a$) мұнда бастапқы және өріс нүктелерінің координаттары бар (t, ξ^a) және $(t, x^a) = x^a$ тиісінше (1, 2 және 3-тен асатын және қосындысы бар кіші латын әріптері). Дианада спинорларының қолайлы комбинацияларымен шарт жасау арқылы o^A және l^A қосылыс компоненттерін ала аламыз ψ_0, \dots, ψ_4 . Алайда біздің назарымыз ψ_4 компонентіне шоғырланады [18]:

$$\psi_4 = -\frac{2}{\pi} l^A l^B l^C l^D \bar{o}^{[E'} l^{-G']} \bar{o}^{[F'} l^{-H']} \hat{\partial}_{DE'} \hat{\partial}_{CF'} \int_V \frac{\Phi_{ABG'H'}}{r^*} dV \quad (2.3.6)$$

(Леви — Сивита символы $\varepsilon^{E'G'} = 2\bar{o}^{[E'} l^{-G']}$ мұнда (2.3.5)) спинорлық индекстерді төмендету үшін қолданылған.

Бұл теңдеумен жұмыс істеудің ең қарапайым тәсілі транскрипция арқылы екі m^μ, n^μ векторын енгізу болып табылады:

$$m^\mu = \sigma^\mu_{AA'} o^A l^{-A'}, n^\mu = \sigma^\mu_{AA'} l^A l^{-A'} \quad (2.3.7)$$

айналмалы диапазонды пайдаланып, бізде x^μ координаталар бар:

$$\begin{aligned} m^\mu &= \frac{1}{\sqrt{2}} (0, q^a), n^\mu = \frac{1}{2} (1, -p^a) \\ p^a &= \frac{1}{r} (x, y, z) = (\sin\theta \cos\varphi, \sin\theta \sin\varphi, \cos\theta) \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

$$q^a = \left(\frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) p^a \quad (2.3.9)$$

Эйнштейн өрісінің теңдеулері арқылы $\Phi_{ABA'B'}$ энергия импульсінің тензоры $T_{\mu\nu}$, ал оның ізі ретінде T жазылуы мүмкін:

$$\Phi_{ABA,B} = 4\pi\sigma^\mu_{AA'}\sigma^\nu_{BB'}(T_{\mu\nu} - \frac{1}{4}\eta_{\mu\nu}T) \quad (2.3.10)$$

бірге $\eta_{\mu\nu}$ Лоренц метрикасы - $\text{diag}(1, -1, -1, -1)$ - бізде (2.3.6) түрінде болады:

$$\psi_4 = 2\{2n^\mu\bar{m}^\nu\bar{m}^\alpha n^\beta - n^\mu n^\nu\bar{m}^\alpha\bar{m}^\beta - \bar{m}^\mu\bar{m}^\nu n^\alpha n^\beta\} \frac{\partial^2 M_{\alpha\beta}}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \quad (2.3.11)$$

$$M_{\alpha\beta} = \int_V \frac{T_{\alpha\beta}\{t-r^*, \xi^a\}}{r^*} dV \quad (2.3.12)$$

Барлық $\eta_{\mu\nu}$ индекстерді көтеру және төмендету осы жерде пайдалану арқылы жүзеге асырылатынын ескертемін.

Координаталық түрлендіруді орындағаннан кейін $u = t - r$, $x^a = x^a$, ψ_4 келесі түрге айналады:

$$\begin{aligned} \psi_4 = & -\bar{q}^c \bar{q}^d \dot{M}_{cd} + \bar{q}^c \bar{q}^d \partial_c \dot{M}_{0d} + 2\bar{q}^c \bar{q}^{[c} p^{d]} \partial_d \dot{M}_{bc} \\ & - \frac{1}{4} \bar{q}^c \bar{q}^d \partial_c \partial_d M_{00} + \bar{q}^c \bar{q}^{[d} p^{b]} \partial_c \partial_d M_{0b} + \\ & + \frac{1}{4} (2\bar{q}^a \bar{q}^c p^b p^d - \bar{q}^a \bar{q}^b p^c p^d - p^a p^b \bar{q}^c \bar{q}^d) \partial_c \partial_d M_{ab} \\ & \partial_c \equiv \partial / \partial x^c \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

алдыңғы теңдеулердегідей u -ға қатысты дифференциацияны білдіретін нүктелермен. Қазіргі теңдеу келесідей болады:

$$T_{\alpha\beta} = \{t - r^*, \xi^a\} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (r - r^*)^n \frac{\partial^n}{\partial u^n} T_{\alpha\beta}(u, \xi^a) \quad (2.3.14)$$

осыдан $M_{\alpha\beta}$ ретінде кеңейтуге болады:

$$\begin{aligned} M_{\alpha\beta} = & \frac{N_{\alpha\beta}}{r} + p^a \left(\frac{\dot{N}_{\alpha\beta|a}}{r} + \frac{N_{\alpha\beta|a}}{r^2} \right) + \frac{1}{2} \left[p^a p^b \frac{\dot{N}_{\alpha\beta|ab}}{r} + (3p^a p^b - \delta^{ab}) \left(\frac{\dot{N}_{\alpha\beta|ab}}{r^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{N_{\alpha\beta|ab}}{r^3} \right) \right] + \frac{1}{6} \left[p^a p^b p^c \frac{\dot{N}_{\alpha\beta|abc}}{r} \right] + 3p^a (2p^b p^c - \delta^{bc}) \frac{\dot{N}_{\alpha\beta|ab}}{r^2} + \\ & + 3p^a (5p^b p^c - 3\delta^{bc}) \left[\frac{\dot{N}_{\alpha\beta|abc}}{r^3} + \frac{N_{\alpha\beta|abc}}{r^4} \right] + \dots \end{aligned} \quad (2.3.15)$$

Мұндағы:

$$N_{\alpha\beta|c_1 c_2 \dots c_n}(u) = \int_V T_{\alpha\beta}(u, \xi^a) \xi_{c_1} \xi_{c_2} \dots \xi_{c_n} dV \quad (2.3.16)$$

шамаларды анықтайық $h_{\alpha\beta|c_1 c_2 \dots c_n}(u)$ бойынша

$$h_{00|c_1 c_2 \dots c_n} = \frac{N_{00|c_1 c_2 \dots c_n}}{ma^n}$$

$$h_{0c|c_1 c_2 \dots c_n} = \frac{N_{0c|c_2 \dots c_n}}{ma^{n+1}}$$

$$h_{bc|c_1 c_2 \dots c_n} = \frac{N_{bc|c_1 c_2 \dots c_n}}{ma^{n+2}} \quad (2.3.17)$$

' m ' жүйе үшін массалық параметр және ' a ' ұзындық параметрі болып табылады. Бұл шамалар туралы маңызды мәселе (2.3.17) олар өлшемсіз, яғни оларға ' m ' немесе ' a ' бірліктерінің ешбір өзгерісі әсер етпейді. Олар сәйкесінше масса, импульс және кернеу моменттері деп аталады. (2.3.17) орнына (2.3.15) қойсақ, келесінікөреміз $M_{\alpha\beta}$ және ψ_4 , жалғыз шексіз қатар ретінде «а» түрінде

жазылуы мүмкін $\psi_4 = m \sum_{l=0}^{\infty} a^l \psi_4^{(l)}$ m ' немесе n '-ге тәуелсіз. 2^l полюс (немесе (1^l)) «көздерге қатысты» шешім деп аталады. Осы 2^l -поллюсті айырмашылық пен (2.2.1) тармақта келтірілген теңдеу арасындағы айырмашылықты баса көрсету керек. Мұндағы шешім өлшемді мүшенің коэффициенті ретінде анықталады, ал (2.2.1) спиннің коэффициенттері арқылы анықталады. Салмақты сфералық гармоникалар (2.2.1) (1^l) шешімдерімен шатастырмау үшін мұндағы ψ_4 белгісі пайдаланылады [24].

(2.3.17) моменттері арасындағы байланыстарды (2.1b) арқылы алуға болады, олар осы уақытқа дейін талқыланбаған. Бұл теңдеулерді сызықтық етіп көрсету арқылы олардың белгілі сақталу теңдеулеріне эквивалентті екенін көрсете аламыз.

$\eta^{\alpha\beta} \partial T_{\gamma\alpha} / \partial \xi^\beta = 0$ ($\xi^\beta = (t, \xi^a)$). Көбейту арқылы олардың бойына $\xi_{c_1} \xi_{c_2} \dots \xi_{c_n}$ және біз алатын өріс көздерді қамтитын кез келген көлемді біріктіру:

$$\dot{h}_{00|c_1|c_2 \dots c_n} = -nh_{0(c_1|c_2 \dots c_n)} \quad (2.3.18a)$$

$$\dot{h}_{0c|c_1|c_2 \dots c_n} = -nh_{c(c_1|c_2 \dots c_n)} \quad (2.3.18b)$$

Көпполлюстер ($l=0$) және диполь ($l=1$) үшін φ_4 шешімдердің жойылуын оңай көрсетуге болады. Бірінші өшпейтін үлес $l = 2$ нін ескеріліп отырып жасалынады. (2.3.18) және (2) қатынастарын $q^c q_c = q^c q_c = 0$, ψ_4 -дың шешімін сфералық гармоника арқылы жазуға болады:

$$\bar{\psi}_4^{(2)} = \sum_q \left(\frac{H_q^{(2)}}{6r} + \frac{H_q^{(2)}}{3r^2} + \frac{H_q^{(2)}}{2r^3} + \frac{H_q^{(2)}}{2r^4} + \frac{H_q^{(2)}}{4r^5} \right) \bar{\partial}^2 (P_2^{|q|} e^{iq\phi}) \quad (2.3.19)$$

Мұндағы:

$$\begin{aligned} H_0^{(2)} &= \frac{1}{2} (K_{11} + K_{22} - 2K_{33}) \\ H_1^{(2)} = \overline{H_{-1}^{(2)}} &= \frac{1}{2} (iK_{23} - K_{13}) \\ H_2^{(2)} = \overline{H_{-2}^{(2)}} &= \frac{1}{8} (K_{22} - K_{11} + 2iK_{12}) \end{aligned} \quad (2.3.20)$$

Бұл келесі тендеумен бірге:

$$K_{ab} = h_{00|ab} \quad (2.3.22)$$

Бұл шешім формальды түрде (2) ψ_4 (2.2.1) тендеуімен бірдей:

$$\psi_4^{(2)} = \sum_q \left(\frac{h_q^{(2)}}{6r} + \frac{h_q^{(2)}}{3r^2} + \frac{h_q^{(2)}}{2r^3} + \frac{h_q^{(2)}}{2r^4} + \frac{h_q^{(2)}}{4r^5} \right) \bar{\partial}^2 (P_2^{|q|} e^{iq\phi}) \quad (2.3.23)$$

және $H_q^{(2)}$ коэффициентін эквивалент ретінде қабылдау орынды болып көрінуі мүмкін $h_q^{(2)}$, алайда, бұл $\bar{\psi}_4^{(3)}$ түрінде болады және тендеу келесідей болады:

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_4^{(3)} &= \sum_q \left(\frac{H_q^{(3)}}{90r} + \frac{H_q^{(3)}}{18r^2} + \frac{H_q^{(3)}}{6r^3} + \frac{H_q^{(3)}}{3r^4} + \frac{H_q^{(3)}}{12r^5} + \frac{H_q^{(3)}}{4r^6} \right) \bar{\partial}^2 (P_3^{|q|} e^{iq\phi}) \\ &+ \sum_q \left(\frac{\ddot{b}_q}{r} + \frac{2\ddot{b}_q}{r^2} + \frac{3\ddot{b}_q}{r^3} + \frac{3\dot{b}_q}{r^4} + \frac{3b_q}{2r^5} \right) \bar{\partial}^2 (P_3^{|q|} e^{iq\phi}) \end{aligned} \quad (2.3.24)$$

Сақтау тендеулерін жай ғана интегралдасақ, $h'_{\infty} = h'_{oc} = 0$ сақталуын өрнектейді, сызықтық жуықтаудағы масса және сызықтық импульс.

Мұндағы:

$$H_0^{(3)} = \frac{1}{2} (3K_{113} + 3K_{223} - 2K_{333})$$

$$H_1 = H_{-1} = \frac{1}{8} [K_{111} + K_{122} - 4K_{133} + i(4K_{233} - K_{112} - K_{222})]$$

$$H_2 = H_{-2} = \frac{1}{8} (K_{223} - K_{113} + 2iK_{123})$$

$$H_3 = H_{-3} = \frac{1}{48} [3K_{122} - K_{111} + i(3K_{112} - K_{222})] \quad (2.3.25)$$

$$K_{abc} = h_{00|abc} \quad (2.3.26)$$

және $b_q(u)$ спиннің салмағы бойынша -2 шамамен анықталады $\bar{q}^b \bar{q}^{[c} p^a] h_{0a|bc}$

$$-\frac{4}{3} \bar{q}^b \bar{q}^{[c} p^a] h_{0a|bc} = \sum_q b_q \bar{\partial}^2 (P_2^{|q|} e^{iq\phi}) \quad (2.3.27)$$

Сонымен b_q , қатысы бар мүшелер (a^3 -ке көбейтілгенде) (2.3.24) бөлігі болады, ал H_q қатысатын терминдер жиынтығы (2.2.1) ψ_4 шешімімен формальды түрде бірдей.

Біз $a^4 \psi_4$ -ті есептесек, бұл шешімнен ψ_4 -ке үлес табамыз деп күтуіміз мүмкін. Шын мәнінде, біз барлығын (немесе атап айтқанда шексіз ішкі жиыны),

($l \geq 2$) $a^l \psi_4$ -ке үлес қосады деп күтуіміз мүмкін. Осылайша, ψ_4 - жалпы алғанда, $ma^l (l \geq 2)$ өлшемдерінен үлестерді қамтитын бірегей өлшемге ие емес сияқты. Сол

сияқты $a^l \psi_4$ - ($l \geq 3$). және т.б. жарналарды қамтитын болады. Егер бұлай болса,

(2.2.18) және ішіндегі ψ_4 сипаттау орынды болар еді, атап айтқанда, осы

шешімдердің $h_q(u)$ моменттері «өлшемді түрде аралас» ретінде қарастыруға болады.

Бұл мәлімдемелер қазіргі кезеңде тек болжам болып табылады. Қажетті есептеулер ψ_4 және ψ_4 - алу ұзақ және күрделі. Бұдан әрі талқылауды жеңілдету үшін біз зерттеуге жүгінеміз нөлдік геодезия конгруенцияларының асимптотикалық ығысуы - σ^0 тең болады. Ол екі сызықты түрде де кездеседі және нақты теорияларға сүйеніп бұл теңдеуді келесі түрде жазамыз:

$$-\sigma^{M0} = \varphi_4 \text{ тегі } r^{-1} \text{ коэффициенті} \quad (2.3.28)$$

σ^0 — толық өріс үшін динамикалық эволюциясын басқаратын Бонди-Сакс жаңалықтар функциясы болып табылады.

(2.3.13) теңдеуінің жалғыз мүшесі $O(r^{-1})$ шартын туғызатыны анық φ_4 кері дәрежелерінің кеңеюі r -дің оң жағындағы бірінші мүшесін келесі теңдеулер арқылы оңай аламыз (2.3.13), (2.3.15)-(2.3.17) және (2.3.28) тармақтары:

$$\sigma^0 \equiv m \sum_{l=2}^{\infty} a^l \sigma^{\overline{(l)}} = m q^a q^b (a^2 h_{ab} + a^3 p^{c_1} \dot{h}_{ab|c_1} + \frac{a^4}{2!} p^{c_1} p^{c_2} \ddot{h}_{ab|c_1 c_2} + \dots + \frac{a^{t+2}}{t!} p^{c_1} p^{c_2} \dots p^{c_t} \frac{d^t}{du^t} h_{ab|c_1 c_2 \dots c_t} + \dots) \quad (2.3.29)$$

Қарапайымдылық үшін осьтік симметриялы сәулелену жүйелерімен шектелетік. (2.3.29) кірістерге негізделген ұзақ есептеу:

$$\sigma^{\overline{(l)}} = \frac{1}{(l-2)!} \frac{d^{l-2}}{du^{l-2}} X_{l-2} (l \geq 2) \quad (2.3.30)$$

$$X_n(u, \theta, \varphi) = \sum_{\substack{C,D \\ C+D=n \\ Deven}} \binom{n}{C} \cos^C \theta \sin^D \theta \left[\left(\frac{D \cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{D+1} \right) \alpha_{CD}^{(11,2,1)} - \right. \\ \left. - \frac{(D + \sin^2 \theta)}{D+1} \alpha_{CD}^{22,2,-1} + \sin^2 \theta \alpha_{CD}^{(33,0,1)} + \frac{2iD \cos \theta}{D+1} \alpha_{CD}^{(12,2,0)} - \right. \\ \left. - 2 \sum_{\substack{C,D \\ C+D=n \\ Dodd}} \binom{n}{C} \cos^C \theta \sin^{D+1} \theta \left[\cos \theta \alpha_{CD}^{(13,1,1)} + i \alpha_{CD}^{(23,1,0)} \right] \right] (n \geq 0) \quad (2.3.31)$$

$$\alpha_{CD}^{(ef,g,h)} = \frac{1}{m a^{n+2}} \int_0^{2\pi} \int T'_{ef}(u, R, z) \cos^{D+g} \phi z^C R^{D+h} dS d\phi \quad (2.3.32)$$

(2.3.32) теңдеуіндегі координаттар (R, ϕ, z) цилиндрлік полярлар, T'_{ef} - осы координаталардағы энергия импульсінің тензорының кеңістік құраушылары, ал S - көздерді қамтитын кез келген $g(R, z) = 0$ беті ($dS = dR dz$).

Қарапайым, бірақ біршама жасанды көз үлгісі өлшемді араласуларды анық көрсетеді. Бұл модельді Боннор және Ротенберг қарастырған. Бізде әрқайсысының массасы $1/2 m$ болатын екі АВ бөлшектері бар, олардың массаларының центрі 0-ге қатысты АВ түзуінде симметриялы тербеліс жасайды, олар $Oxuz$ тікбұрышты координаталар жүйесінің басы болып табылады. ал u уақытындағы А, В координаттары сәйкесінше $(0, 0, a_1(u))$ және $(0, 0, -a_1(u))$ болып қабылданады. Барлық u үшін $0 < a_1 \leq \frac{1}{2} a$ шарты орындалады. Бұл жүйеде энергия импульсінің тензорының T_{33} , T_{30} және T_{00} жоғалмайтын жалғыз құрамдастары болып табылады [25].

Бұл жалғыз жоғалмайтынын құрамдас $\alpha_{CD}^{(ef,g,h)}$ (2.3.47) теңдеудің $\alpha_{n0}^{(33,0,1)}$, қойсақ ($T_{33} = T_{33}(z,u) \delta(R)/2\pi R$) екендігін білдіреді:

$$\alpha_{n0}^{(33,0,1)}(u) = \int_{-a/2}^{a/2} \frac{z^n T_{33}(z,u) dz}{ma^{n+2}} = h_{33|33\dots 3}^{n \text{ times}} \quad (2.3.33)$$

(T_{33} -тен жоғары мән енді қажет емес). Сақтау теңдеулерін қолданамыз (2.3.18) бізде (2.3.30), (2.3.31):

$$\widetilde{\sigma}^0 = \frac{1}{l!} \sin^2 \theta \cos^{l-2} \theta \frac{d^l}{du^l} H_l(u) (l \geq 2) \quad (2.3.34)$$

$$H_l(u) \equiv h_{00|33\dots 3}^{l \text{ times}} = \int_{-a/2}^{a/2} \frac{z^l T_{00}(z,u) dz}{ma^l} \quad (2.3.35)$$

(2.2.1) теңдеуіндегі ψ_4 арқылы берілген r^{-1} бөлігі үшін (l) шешімі бұл екі бөлшекті жағдай үшін келесі түрде болады:

$$\widetilde{\sigma}^0 = \frac{-2^l (l-2)!}{(2l)!} \frac{d^l}{du^l} h^{(l)}(u) P_l^2(\cos \theta) (l \geq 2)$$

$$h^{(l)}(u) \equiv h_0^{(l)}(u) \quad (2.3.36)$$

$$\sin^2 \theta \cos^m \theta = \begin{cases} c_{2,m} P_4^2 + c_{4,m} P_4^2 \dots + c_{m+2,m} P_{m+2}^2 & \text{тақ } m \text{ үшін} \\ c_{3,m} P_3^2 + c_{5,m} P_5^2 \dots + c_{m+2,m} P_{m+2}^2 & \text{жұп } m \text{ үшін} \end{cases} \quad (2.3.37)$$

мұндағы $c_{r,m}$ коэффициенттері нөлдік емес тұрақтылар, біз әрқайсысын оңай көреміз $a^l \widetilde{\sigma}^0$ (тіпті l үшін де) σ^0 , σ^0 , $\sigma^0, \dots, \sigma^0$ бірінші жағдай үшін ұқсас сипатта болады. Осылайша $h^{(l)}(u)$ әр үлестің әртүрлі өлшемі бар үлестердің шексіз санына байланысты. Нақтырақ айтқанда біздің жағдайымызда келесе түрде болады:

$$h^{(l)}(u) = \frac{-(2l)!}{2^l (l-2)!} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{a^{l+2r}}{(l+2r)!} c_{l,l+2r-2} \frac{d^{2r}}{du^{2r}} H_{l+2r}(u) \quad (2.3.38)$$

$c_{l,l+2r-2}$ (2.3.37) теңдеу коэффициенттері болып табылады.

Жоғарыда айтылғандай, бұл екі бөлшекті жағдай біршама жасанды, өйткені қарастырылатын массалар сингулярлық болып табылады. Дегенмен, (2.3.31) тармақтарының көпшілігі немесе барлығы іске қосылатын нақтырақ жағдайларда (екі бөлшекті жағдайда қолданылатын жалғыз терминге қарағанда) өлшемді араластыру ерекше жағдайларды қоспағанда барлығы үшін қамтамасыз етілетіні анық болуы керек. Шынында да, барлық сәуле шығаратын жүйелер (бірақ статикалық жүйелер емес) араласуды тудыруы мүмкін, дегенмен бұл болжамды сынау біршама қиын болуы мүмкін, өйткені ол күрделі есептеулер

арқылы құрылады.

2.4 Ықшам көздерден энергия импульсінің сәулеленуі

Сакс өз жұмысында белгілі бір топты - Бонди-Метцнер-Сакс (немесе БМС) тобын симптотикалық тегіс кеңістік-уақыт үшін түрлендірулердің асимптотикалық симметрия тобы ретінде енгізді. Ли түрлендіру тобы болмаса да, біз оның шексіз аз генераторларын алу үшін Ли тобы теориясында қолданылатын әдістерге негізделе аламыз. Сакс біршама эвристикалық кванттық аргументті пайдалана отырып, осы генераторлармен белгілі бір интегралдарды байланыстыруды жалғастырды, содан кейін ол кеңістіктің энергиялық импульсінің мазмұны бар кейбір кеңістік-уақыт интегралдарды анықтады [22, 26].

Теңдеу $c_{r,m}$ ($m \geq 0, 2 \leq r \leq m+2$) арқылы беріледі:

$$c_{r,m} = \begin{cases} \frac{(2r+1)2^r m! (\frac{1}{2}m + \frac{1}{2}r + 1)!}{(\frac{1}{2}m - \frac{1}{2}r + 1)! (m+r+3)!} \\ 0 \end{cases}$$

БМС тобының генераторларын қосымша талқылау үшін Кармели (1977) қараңыз.

Сәулелену көзінен энергия мен сызықтық импульс жоғалту жылдамдығы 4 векторлы P_μ импульсінің (баяу) уақыт туындысы ретінде берілген:

$$P_\mu = (P_0, P_1, P_2, P_3) = \frac{1}{2} \int \dot{\sigma}^0 \hat{\sigma}^0 (1, \sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta) \quad (2.4.1)$$

$$\int f = \int_{-\infty}^u du \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} f(u, \theta, \varphi) \sin \theta d\varphi \quad (2.4.2)$$

Айта кету керек, (2.4.1) интегралдар Тамбурино мен Виникурдың таза релятивистік әдісімен асимптотикалық тегіс кеңістік-уақыт үшін «ағындық байланыстарды» пайдалана отырып шығарған [27].

Бұрыштық импульс үшін алты генератор $L^{\alpha\beta} (= -L^{\beta\alpha})$ болып табылады:

$$\begin{aligned} L^{12} &= L_z = \partial/\partial\varphi \\ L^{30} &= R_z = \sin \theta \partial/\partial\theta + u \cos \theta \partial/\partial u \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

және орнына қойсақ:

$$\begin{aligned} L^\pm &= L^{13} \pm iL^{23}, & R^\pm &= L^{10} \mp iL^{20}, \\ L^\pm &= e^{\pm i\varphi} (\partial/\partial\theta \pm i \cot \theta \partial/\partial\varphi) \\ R^\pm &= -e^{\pm i\varphi} \left(\cos \theta \frac{\partial}{\partial\theta} \pm i \operatorname{cosec} \frac{\theta}{2} \frac{\partial}{\partial\varphi} - u \sin \theta \partial/\partial u \right) \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

одан жүйенің жазық емес кеңістіктегі бұрыштық импульсі интегралдар арқылы беріледі:

$$I\{L_z\} = \frac{1}{2} \int \dot{\sigma}^0 L_z \bar{\gamma}$$

$$I\{L^\pm\} = \frac{1}{2} \int \dot{\sigma}^0 L^\pm \bar{\gamma} \mp 2e^{\pm i\varphi} \cos \theta \sigma^0 \bar{\gamma} \quad (2.4.5)$$

$$\gamma(u, \theta, \varphi) \equiv \sigma^0(u, \theta, \varphi) - \frac{1}{2} \sigma^0(-\infty, \theta, \varphi) - \frac{1}{2} \sigma^0(\infty, \theta, \varphi) \quad (2.4.6)$$

Жоғарыдағы теңдеуге қатысатын R_z , R^\pm интегралдар физикалық мағынаға ие, бірақ мұнда бұл маңызды емес. Енді осы өрнектерге үстем үлестерді қолданып есептейміз. Атап айтқанда, бізге $\overset{(2)}{\sigma}^0$ және $\overset{(3)}{\sigma}^0$ шешімдері қажет және сол арқылы, тильдаларды түсіріп, $(2\pi)^{-1/2}$ нормалау коэффициентін енгізе отырып, мына түрде беріледі:

$$\overset{(2)}{\sigma}^0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} q^a q^b h_{ab} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} q^a q^b \ddot{K}_{ab} = \frac{-1}{\sqrt{3\pi}} \sum_{m_0} \frac{H_{m_0 2} Y_2^{m_0}}{A_{2m_0}} \quad (2.4.7)$$

(2.4.1) және (2.4.4) тармақтарында қолданылған координаттар Бонди-Сакс координаттары u, r, θ, ϕ , ал алдыңғы бөлімдерде қолданылған u, r, θ, ϕ координаталары жазық кеңістік-уақытпен байланысты. Мұнда орындалатын есептеулер тұрғысынан бұл координаталар жиынын эквивалентті деп санауға болады:

$$\begin{aligned} \overset{(3)}{\sigma}^0 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} q^a q^b h_{ab|c} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{6} q^a q^b p^c \ddot{K}_{abc} + \frac{4}{3} q^a q^{[b} p^{c]} \ddot{h}_{0c|ba} \right) \\ &= \frac{1}{3\sqrt{15\pi}} \sum_{m_1} \frac{H_{m_1 2} Y_2^{m_1}}{A_{3m_1}} + \frac{8}{\sqrt{3\pi}} \sum_{m_2} \frac{\ddot{g}_{m_2 2} Y_2^{m_2}}{A_{2m_2}} \end{aligned} \quad (2.4.8)$$

Бұл теңдеулерде K_{c_1, c_2, \dots, c_n} , H_m және $\overset{(3)}{H}_m$ (2.3.20), (2.3.21), (2.3.24) және (2.3.25) арқылы берілген, және сақталу теңдеулері (2.3.18) қолданылды. A_{2m} , A_{3m} шамалары ${}_2Y_l^m$ сияқты қосымшада анықталған. $g_m(u)$ функциялары арқылы берілген:

$$\begin{aligned} g_0 &= \frac{1}{4} i(c_4 + c_5) = -\bar{g}_0 \\ g_1 &= \frac{1}{24} i(ic_1 + c_3) = -\bar{g}_{-1} \\ g_2 &= \frac{1}{48} (i(c_4 - c_5) + c_2) = -\bar{g}_{-2} \end{aligned} \quad (2.4.9)$$

$$c_1 = h_{02|11} + h_{03|23} - h_{01|12} - h_{02|33}$$

$$c_2 = h_{01|13} + h_{03|23} - h_{02|23} - h_{03|11}$$

$$c_3 = h_{01|33} + h_{02|12} - h_{01|22} - h_{03|13}$$

$$c_4 = h_{03|12} - h_{01|23}$$

$$c_5 = h_{02|13} - h_{03|12} \quad (2.4.10)$$

Енді (2.4.1) теңдеуге қайта оралайық. Оның бірінші компонентін u бойынша дифференциалдау береді:

$$\frac{dP_0}{du} = \frac{1}{2} \int \dot{\sigma}^0 \dot{\sigma}^0 d\Omega = \frac{m^2 a^4}{2} \int \dot{\sigma}^0 \dot{\sigma}^0 d\Omega + O(m^2 a^5) \quad (2.4.11)$$

сфераға алынған интегралда $O(m^p a^q)$ ($p \geq 1, q \geq 0$) терминін білдіреді пішін $\sum_{r \geq p, s \geq q} m^r a^s \alpha$, әрқайсысы α да m немесе a -ға тәуелсіз болады. (2.4.7) және ортонормалық шартты (2.6.80) пайдалану арқылы береді:

$$\frac{dP_0}{du} = \frac{2}{15} m^2 a^4 \left(\overset{(2)}{H}_0^2 + 12 \overset{(2)}{H}_1 \overset{(2)}{H}_{-1} + 48 \overset{(2)}{H}_2 \overset{(2)}{H}_{-2} \right) + O(m^2 a^5) \quad (2.4.12)$$

Сол сияқты сызықтық импульс жоғалту жылдамдығы үшін $m^2 a^4$ тәртібінің үлестерін табуға болады. Нәтижелерді (2.4.12) пайдалана отырып, біз барлық үш құрамдас бөліктің жойылатынын, сәулелену көзінің төрт полюсті әрекеттесуіне байланысты шексіздікте сызықтық импульс жоғалуы болмайтынын көрсетеді. Сызықтық импульстің жоғалуына нөлге тең емес бірінші үлес төрт полюс — сегіздік өзара әрекеттесуден келеді. Біз оны келесі түрде жазсақ болады

$$\frac{m^2 a^5}{2} \int \sigma^0 \sigma^0 (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta) d\Omega \quad (2.4.13)$$

Алынған нәтижелер (2.4.13) айтарлықтай көмектеседі және біз келесі теңдеулерді табамыз:

$$\begin{aligned} \frac{dP_1}{du}, \frac{dP_2}{du} = & \frac{8}{315} m^2 a^5 (Re, Im) \left\{ 2 \overset{(2)}{H}_0 \overset{(3)}{H}_{-1} + 20 \overset{(2)}{H}_1 \overset{(3)}{H}_{-2} + 120 \overset{(2)}{H}_2 \overset{(3)}{H}_{-3} - \overset{(2)}{H}_{-1} \overset{(3)}{H}_0 \right. \\ & \left. - 4 \overset{(2)}{H}_{-2} \overset{(3)}{H}_1 \right\} \\ & + \frac{64}{15} m^2 a^5 (Re, Im) \left\{ \overset{(2)}{H}_0 \overset{(2)}{g}_{-1} + 4 \overset{(2)}{H}_{-1} \overset{(2)}{g}_{-2} - \overset{(2)}{H}_{-1} \overset{(2)}{g}_0 - 4 \overset{(2)}{H}_{-2} \overset{(2)}{g}_1 \right\} \\ & + O(m^2 a^6) \quad (2.4.15) \end{aligned}$$

және

$$\begin{aligned} \frac{dP_3}{du} = & \frac{4}{315} m^2 a^5 \operatorname{Re} \{ H_0^{(2)} H_0^{(3)} + 16 H_1^{(2)} H_{-1}^{(3)} + 80 H_2^{(2)} H_{-2}^{(3)} \} \\ & + \frac{128}{15} m^2 a^5 \operatorname{Re} \left\{ H_{-1}^{(2)} g_{-1}^{(3)} + 8 H_{-2}^{(2)} g_{-2}^{(3)} \right\} + O(m^2 a^6) \end{aligned} \quad (2.4.16)$$

Соңында бұрыштық импульс жоғалту жылдамдығына сәйкес интегралдарды есептейміз. Өріс көзінің тек шектеулі уақыт аралықтарында ғана қозғалыста болуы (кіріспеде сипатталған мағынада) (2.4.6) $\gamma(u, \theta, \phi)$ (2.4.7) $\sigma^0(u, \theta, \phi)$ мәнін етіп орнатуға мүмкіндік береді. z бағытында жоғалту жылдамдығы келесі мәнге тең болады:

$$\begin{aligned} \frac{d}{du} I\{L_z\} = & \frac{m^2 a^4}{2} \int \dot{\sigma}^0 L_z \dot{\sigma}^0 d\Omega + O(m^2 a^5) = \frac{8}{5} m^2 a^4 \operatorname{Im} \left\{ H_1^{(2)} H_{-1}^{(2)} + 8 H_2^{(2)} H_{-2}^{(2)} \right\} + \\ & O(m^2 a^5) \end{aligned} \quad (2.4.17)$$

күрделі есептеу жүргізу арқылы екінші теңдеуін анықтаймыз:

$$\begin{aligned} \frac{d}{du} I\{L^\pm\} = & \frac{8}{15} m^2 a^4 \left\{ 9 H_{\pm 1}^{(2)} H_{\pm 2}^{(2)} + H_0^{(2)} H_{\pm 1}^{(2)} - H_0^{(2)} H_{\pm 1}^{(2)} - 9 H_{\pm 1}^{(2)} H_{\pm 2}^{(2)} \right\} + O(m^2 a^5) \end{aligned} \quad (2.4.18)$$

2.5 Айналмалы өзекше

Алдыңғы бөлімнің нәтижелерін тексеру үшін біз белгілі айналмалы өзекшенің сәулелену жүйесін қарастырамыз.

Өзекшенің соңғы кезеңде ғана айналуы керек, оның сыртында ол қозғалмайды. Қозғалысты бастау және тоқтату механизмін Ротенберг сипаттаған. $A_1 O A_2$ өзекшесінің массасы m , ұзындығы a және кішкене біркелкі көлденең қимасы \tilde{s} және $u = 0$ уақытында Охуз тікбұрышты координаталар жүйесінің x осімен сәйкес келетін етіп алынады. Осы уақытта ол айналады. xu жазықтығында ω бұрыштық жылдамдығымен және осы бұрыштық жылдамдықпен $u = U$ уақытқа дейін айналуын жалғастырады, осыдан $u(0 \leq u \leq U)$ уақытында $\nabla \times O A_2 = \omega \tilde{s}$ болады. Сызықтық жуықтауда біз массаның да, айналудың да центрлерін O деп аламыз. Сызықты емес, яғни $O(m^2)$ мүшелерін есепке алғанда, бұл орталықтар сәйкес келмейді, біз жақын арада көрсетеміз. $|O A_i|$ деп жазамыз $= a K_i$ ($i = 1, 2$) және өзекшедегі кез келген Q нүктесін $OQ = a \mathcal{L}$ ($K_1 \leq \mathcal{L} \leq K_2$) болатындай етіп қарастырыңыз [28].

$\rho(\mathcal{L})$ мәні болсын, Q нүктесіндегі көлемдік тығыздықты анықтаңыз және

(n) I шамаларды анықтаңыз (шыбықтың оған қатысты n -ші моменттері масса центрі) бойынша:

$$I^{(n)} = a^{n+1} \int_{-K_1}^{K_2} \xi^n \rho(\xi) d\xi \quad (2.5.1)$$

олар өзекшенің тұрақты айналу периоды үшін, яғни $0 \leq u \leq U$ үшін есептеледі. Бұл жағдай үшін өлшемсіз моменттерді ($h_{ab|cde}$ дейін) Ротенберг (1968) берген. Бізге қажет сәттер:

$$\begin{aligned} h_{00|11}^{(2)} &= \frac{I c^2}{ma^2}, h_{00|12}^{(2)} = \frac{I sc}{ma^2}, h_{00|22}^{(2)} = \frac{I s^2}{ma^2} \\ h_{01|11}^{(3)} &= \frac{\omega I sc^2}{ma^3} = -h_{02|12}, h_{01|12}^{(3)} = \frac{\omega I s^2 c}{ma^3} = -h_{02|22} \\ h_{01|22}^{(3)} &= \frac{\omega I s^3}{ma^3}, h_{02|11}^{(3)} = -\frac{\omega I c^3}{ma^3} \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

$$\begin{aligned} h_{00|111}^{(3)} &= \frac{I c^3}{ma^3}, h_{00|222}^{(3)} = \frac{I s^3}{ma^3} \\ h_{00|112}^{(3)} &= \frac{I sc^2}{ma^3}, h_{00|112}^{(3)} = \frac{I s^2 c}{ma^3} \end{aligned}$$

Барлық басқа $h_{00|ab}$, $h_{0a|bc}$, $h_{00|abc}$ жоғалады, мұнда:

$$s = \sin \omega u \quad s = \cos \omega u \quad (2.5.3)$$

Сондықтан біз (2.3.20), (2.3.31) табамыз:

$$\begin{aligned} H_0^{(2)} &= \text{constant}, H_1^{(2)} = 0, H_2^{(2)} = \frac{I}{8ma^2} (s + ic)^2 \\ H_0^{(3)} &= H_2^{(3)} = 0, H_1^{(3)} = \frac{I}{8ma^3} (c - is), H_3^{(3)} = \\ &= \frac{I}{48ma^3} \{c(3s^2 - c^2) + is(3s^2 - c^2)\} \\ g_0 &= g_2 = 0, g_1 = -\frac{w I}{24ma^3} (s + ic) \end{aligned} \quad (2.5.4)$$

Энергия импульсінің жоғалу жылдамдығын қазір есептеу оңай. (2.4.15) және (2.4.7)—(2.4.18) тармақтарын қолданып, табамыз:

$$\frac{dP_0}{du} = \frac{32}{5} I^2 \omega^6 + O(m^2 a^5) \quad (2.5.5a)$$

$$\frac{dP_a}{du} = -\frac{464}{105} I^{(2)(3)} I \omega^7 (\sin\omega u, -\cos\omega u, 0) + O(m^2 a^6) \quad (2.5.7b)$$

$$\frac{d}{du} I\{L_z\} = -\frac{32}{5} I^{(2)} \omega^5 \quad (2.5.5c)$$

$$\frac{d}{du} I(L^\pm) = O(m^2 a^5) \quad (2.5.5d)$$

Нәтижесінде (2.5.5a) өте жақсы белгілі және (2.5.5b) псевдотензор арқылы Ротенберг алған. Ол сондай-ақ бастапқыда Синге ойлап тапқан әдісті қолдана отырып, сызықтық импульс жоғалтуына әртүрлі шешім алды. Нәтижелер арасындағы сәйкессіздік (2.5.5b) шамасының асимптоталық тегіс кеңістіктегі импульс жоғалту жылдамдығын (нөлдік) кеңістік-уақыт беретініне және гравитациялық өрістің үлесін қосатынына байланысты болып көрінеді, ал Синге әдісімен алынған шығындар тек көздің өзіне қатысты. Гравитациялық өрістің үлесі (2.5.5b) бойынша берілген dP_a/du өрнекінен 13/116 есе көп болады (толығырақ Ротенбергті қараңыз). Кез-келген нәтижені пайдалана отырып, өзекшенің сызықтық импульсі циклдік түрде өзгертіні және өзекшенің айналу центрі оның масса центрімен сәйкес келмейтіні анық [21,29].

ТАРАУ 3. СТАЦИОНАРЛЫҚ ОСЬТІК СИММЕТРИЯЛЫ ВАКУУМДЫҚ ШЕШІМДЕР

3.1 Квадрупольдық гравитациялық өрістер

3.1.1 q-метрикамен сипатталған квадрупольдық гравитациялық өрістер

Зипой-Вурхиз метрикасы қырық жылдан астам бұрын Вейл вакуумдық шешімдерінің класына жататын Эйнштейннің вакуумдық өріс теңдеулерінің нақты шешімі ретінде ашылған. Бұл жұмыста біз Зипой-Вурхиз шешімін q-метрика ретінде қарастырамыз, оның нақты себептерін төменде қарастыратын боламыз. Ол ашылғаннан бері оның геометриялық және физикалық қасиеттерін зерттеуге көптеген еңбектер арналды. Атап айтқанда, оның асимптоталық тегіс кеңістік-уақытты сипаттайтыны, екі коммутациялық, гипербеттік ортогональды Киллинг векторлық өрістері бар, олардан кеңістік-уақыт статикалық және осьтік симметриялы болып табылады, ерекше жағдай ретінде Шварцшильд метрикасын қамтитыны анықталды, ол оқиғалар көкжиегімен қоршалған шынайы қисықтық ерекшеліктеріне ие жалғыз метрика болып шығады [27-30].

Жақында жарияланған мақалада q-метриканы массаның таралуын гравитациялық өрісінің сипаттамасы ретінде түсіндіру ұсынылды, оның сфералық емес симметриялы түрі тәуелсіз квадрупольдық параметрмен ұсынылған. Оның үстіне, қисықтық белгілері бастапқы жерге өте жақын орналасқан аймақта локализацияланған болып шығады. Сондықтан бұл метриканы деформацияланған массалық таралулардың сыртқы гравитациялық өрісін сипаттау үшін пайдалануға болады, онда квадрупольдық момент деформацияны сипаттайтын негізгі параметр болып табылады. Содан кейін бүкіл кеңістік-уақыт сипатталатындай етіп сыртқы метрикамен сәйкес келетін ішкі метриканы табу мүмкін бе деген сұрақ туындайды. Осы мақсатта әдетте ішкі массаның таралуын екі физикалық параметрі, атап айтқанда энергия тығыздығы және қысымы бар мінсіз сұйықтық тұрғысынан сипаттауға болады деп болжанады. Содан кейін мінсіз сұйықтықтың энергетикалық-импульстік тензоры гравитациялық өрістің көзі ретінде Эйнштейн теңдеуінде қолданылады. Сәйкесінше дифференциалдық теңдеулер жүйесін шешу мүмкін емес екендігі белгілі болды, өйткені теңдеулер саны белгісіз функциялар санынан аз. Бұл мәселе әдетте қысым мен сұйықтықтың тығыздығына байланысты күй теңдеулерін енгізу арқылы шешіледі. Дегенмен, бұл жұмыста біз Синге ұсынған басқа тәсілді қарастырамыз. Бұл әдісті қолдану үшін алдымен ішкі метриканың пішінін тұжырымдап, жалпы физикалық ойларды пайдаланады, содан кейін Эйнштейн теңдеулерін пайдалана отырып, бастапқы энергия-импульстік тензорды бағалайды. Осылайша, кез келген меншікті метриканы кейбір энергия-импульстік тензор үшін Эйнштейн теңдеулерінің дәл шешімі ретінде қарастыруға болады. Дегенмен, процедураның мәні физикалық негізделген конфигурацияға сәйкес келетін материя көзінің нәтижесінде алынған физикалық шарттарды қою болып табылады. Жалпы жағдайда энергия шарттарын, сыртқы метрикамен келісу шарттарын және материя көзінің центріне жақын және

сыртқы өріс шекарасында метрикалық функциялардың әрекетіне арналған шарттарды қоюға болады [31].

3.1.2 Зипой-Вурхиз түрлендіруі

Зипой және Вурхиз Эйнштейн теңдеулерінің статикалық осьтік симметриялы вакуумдық шешімдерін зерттеп, белгілі шешімнен жаңа шешімдерді шығаруға мүмкіндік беретін қарапайым түрлендіруді тапты. Трансформация идеясын суреттеу үшін сфероидты координаталардағы (t, x, y, ϕ) статикалық осьтік симметриялы вакуумдық гравитация өрістері үшін ортақ сызық элементін қолданамыз [20,21]:

$$ds^2 = e^{2\psi} dt^2 - \sigma^2 e^{-2\psi} \left[e^{2\gamma} (x^2 - y^2) \left(\frac{dx^2}{x^2-1} + \frac{dy^2}{1-y^2} \right) + (x^2 - 1)(1 - y^2) d\phi^2 \right] \quad (3.1.1)$$

мұндағы ψ және γ метрикалық функциялар тек x және y кеңістіктік координаталарына тәуелді, ал σ - нөлден басқа нақты тұрақты. Сәйкесінше вакуумдық өріс теңдеулерін былай жазуға болады:

$$\begin{aligned} [(x^2 - 1)\psi_x]_x + [(1 - y^2)\psi_y]_y &= 0, \psi_x = \frac{\partial\psi}{\partial x} \\ \gamma_x &= \frac{1 - y^2}{x^2 - y^2} [x(x^2 - 1)\psi_x^2 - x(1 - y^2)\psi_y^2 - 2y(x^2 - 1)\psi_x\psi_y] \\ \gamma_y &= \frac{1 - y^2}{x^2 - y^2} [y(x^2 - 1)\psi_x^2 - y(1 - y^2)\psi_y^2 - 2x(1 - y^2)\psi_x\psi_y] \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

ψ белгілі болса, γ функциясын квадратураларда есептеуге болатынын көруге болады. Егер ψ асимптоталық тегіс болу шартын қойсақ, онда келесідей болады:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \psi(x, y) = 0, \quad (3.1.3)$$

квадратураларды пайдаланып, асимптоталық жалпақ γ функциясын келесідей есептеуге болатынын көрсетуге болады [30,32]:

$$\gamma = (x^2 - 1) \int_{-1}^y (x^2 - y^2)^{-1} [y(x^2 - 1)\psi_x^2 - y(1 - y^2)\psi_y^2 + 2x(1 - y^2)\psi_x\psi_y] dy \quad (3.1.4)$$

Осы жүйенің ψ_0 және γ_0 шешімі белгілі болсын делік. Сонда $\psi = \delta\psi_0$ және $\gamma = \sigma^2\gamma_0$ кез келген тұрақты δ үшін де шешім екенін көру оңай. Бұл жаңа шешімдерді жасау үшін пайдаланылуы Зипой-Вурхиз түрлендіруін болады. Осыған ең қарапайым мысал:

$$\psi = \frac{\delta}{2} \ln \frac{x-1}{x+1}, \quad \gamma = \frac{\delta^2}{2} \ln \frac{x^2-1}{x^2-y^2} \quad (3.1.5)$$

Шварцшильд шешімі бойынша алынған ($\delta = 1$). Бұл метрика әдебиетте δ -метрика ретінде белгілі, оның δ тұрақтысы бар бұл ерекшелік Зипой-Вурхиз түрлендіруін қолдану арқылы алынғанын көрсетеді.

Цилиндрлік координаталарды қолдану арқылы төменде көрсетілгендей басқа да көріністерді аламыз:

$$\rho = \delta \sqrt{(1-y^2)(x^2-1)}, \quad z = \delta xy \quad (3.1.6)$$

және элемент қатары сызықтыққа айналады:

$$ds^2 = e^{2\psi} dt^2 - e^{-2\psi} [e^{2\gamma} (d\rho^2 + dz^2) + \rho^2 d\varphi^2] \quad (3.1.7)$$

Онда, вакуумдық өріс теңдеуін келесідей түрде жазуымызға болады:

$$\psi_{\rho\rho} + \frac{1}{\rho} \psi_{\rho} + \psi_{zz} = 0 \quad (3.1.8)$$

$$\gamma_{\rho} = \rho(\psi_{\rho}^2 - \psi_z^2), \quad \gamma_z = 2\rho\psi_{\rho}\psi_z \quad (3.1.9)$$

Келтірілген Зипой-Вурхиз метрикасын Вейлей формасында түрлендіруге болады:

$$\psi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{(\rho^2+z^2)^{\frac{n+1}{2}}} P_n(\cos\theta), \quad \cos\theta = \frac{z}{\sqrt{\rho^2+z^2}} \quad (3.1.10)$$

$$\gamma = - \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{a_n a_m (n+1)(m+1)}{(n+m+2)(\rho^2+z^2)^{\frac{n+m+2}{2}}} (P_n P_m - P_{n+1} P_{m+1}) \quad (3.1.11)$$

мұндағы a_n ($n = 0, 1, \dots$) еркін тұрақтылар және $P_n(\cos\theta)$ n дәрежелі Лежандра полиномдарын білдіреді. Зипой-Вурхиз метрикасын цилиндрлік координаттарда шексіз қосынды (3.1.1) және (3.1.7) теңдеулерді біріктіретіндей етіп a_n тұрақтыларын таңдау арқылы алуға болады. Дегенмен, қатынас арқылы анықталатын сфералық координаттарда қарапайым бейне алынады:

$$\rho^2 = (r^2 - 2\sigma r) \sin^2\theta, \quad z = (r - \sigma) \cos\theta \quad (3.1.12)$$

Бұл метрика келесі түрге ауысады:

$$ds^2 = \Delta^{\delta} dt^2 - \Delta^{1-\delta} [\Sigma^{1-\delta} \Delta^{\delta-1} \left(\frac{dr^2}{\Delta} + r^2 + d\theta^2 \right) + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2] \quad (3.1.13)$$

$$\Delta = 1 - \frac{2\sigma}{r}, \quad \Sigma = 1 - \frac{2\sigma}{r} + \frac{\sigma^2}{r^2} \sin^2\theta \quad (3.1.14)$$

Бұл метриканың Ньютон шегін талдау оның z осі бойымен $z_1 = -\sigma$ дан $z_2 = \sigma$ ге дейін біркелкі таралған тұрақты тығыздығы δ жұқа таяқша көзіне сәйкес келетінін көрсетеді. Әдебиетте δ орнына әдетте басқа тұрақты γ пайдаланылады, сондықтан Зипой-Вюрис метрикасы гамма метрика ретінде белгілі.

3.2 Квадрупольдық моменті ескерілген мінсіз сұйықтық ерітінділері үшін теңдеудің шешімдері

Эксперименттік дәлелдерге сүйенсек, бүгінгі күні ықшам астрофизикалық нысандардың гравитациялық өрісін сипаттауда жалпы салыстырмалылық теориясы ең жақсы үміткерлердің бірі ретінде қарастырылатыны белгілі. Гравитациялық өріс үшін теория ретінде ол ауырлық күші қатысатын барлық мүмкін болатын физикалық конфигурациялар өрісін сипаттай алуы керек. Гравитациялық өріс туралы барлық ақпарат метрикалық тензорда болады, ол Эйнштейн теңдеулерінің шешімі болуы керек. Бұл жұмыста жұлдыз немесе планета сияқты ықшам нысанның жағдайын қарастырылды. Көздің көпжүйелі құрылымы тұрғысынан, ықшам нысанның өрісін сипаттау үшін бізге кем дегенде үш тәуелсіз физикалық параметрді қамтитын ішкі шешім және сыртқы шешім қажет, атап айтқанда, масса, бұрыштық импульс және төрт полюстік момент. Алдымен тек массасы мен бұрыштық импульсі бар көздің жағдайын қарастырық. Сәйкес сыртқы шешім, физикаға негізделген ішкі шешімі жоқ, Керрдің кеңістік уақыты арқылы ұсынылған. Бұл классикалық жалпы салыстырмалылық теориясының негізгі мәселесі [31,32]. Керрдің қолайлы метрикасын табудың көптеген әдістері бар, соның ішінде экзотикалық материяның үлгілері мен күйдің арнайы бейімделген теңдеулері ұсынылған, бірақ олардың ешқайсысы нақты жауапқа сай келмейді, осы жайында жақында жасалған перспективалы ұсынысты [33] сілтемені көруге болады. Осы жағдайды ескере отырып, балама тәсілдер қарастырылуы керек деп есептейміз. Атап айтқанда, гравитациялық өрісті сипаттау үшін өзекті болып табылатын қосымша физикалық параметрлерді ескеруге болады деп есептейміз. Мұндай қосымша параметрлердің ең қарапайымы кез келген шынайы массаның таралу деформациясына жауап беретін төрт полюстік момент болып табылады. Шынында да, сфералық симметриялы нысанға төрт полюстік моментті қоссақ, сәйкес өріс теңдеулерінің деңгейінде жаңа еркіндік дәрежелерін білдіретін осьтік симметриялы массалық үлестірімге келеміз. Бұл ықшам нысандардың ішкі гравитациялық құрылымын сипаттау үшін ішкі шешімдерді табу мәселесіне келетін балама тәсілдің негізгі идеясы болып табылады. Мұндай тәсілді дамытудың алғашқы қадамы ретінде біз бұл жұмыста бұрыштық импульстің үлесін елемей, тек массасы және төрт полюстік көздің жағдайына тоқталдық. Соңғы жұмыста [34] төрт полюс метрикасы (q -метрика) генерациялау үшін Зипой-Вурхиз түрлендіруін [35,36] пайдалану ұсынылды, оны сфералық емес симметриялы пішіні тәуелсіз төрт полюстік параметрмен берілген массаның таралу өрісі бар гравитациялық күшті сипаттайтын Шварцшильд метрикасының қарапайым жалпылауы ретінде түсіндіруге болады. Әдебиеттерде бұл метрика Зипой-Вурхиз метрикасы, дельта-метрика, гамма-метрикалық және q -метрика ретінде белгілі [37,38]. Мұнда біз q -метрика атауын төрт полюстік q параметрінің

маңыздылығын көрсету үшін қолданамыз. Шынында да, бірнеше зерттеулер төртпюлюсті параметрінің физикалық маңыздылығын көрсетеді. Гамма-параметрге траекториялардың сезімталдығын анықтау үшін сыртқы гамма-метриканың ($\gamma = 1 + q$) дөңгелек және радиалды геодезиясы сфералық симметриялы жағдаймен салыстырылды [39]. Сонымен қатар, гамма-метрикалық өрістегі аккрециялық дискілердің қасиеттері қара тесіктердің айналасындағы дискілердің қасиеттерінен түбегейлі өзгеше болуы мүмкін екендігі көрсетілді [40 - 42]. Бұл зерттеулер q -метриканы төрт пюлюсті момент деформацияны сипаттайтын негізгі параметр болып табылатын массаның деформацияланған таралуларының сыртқы гравитациялық өрісін сипаттау үшін қолдануға болатынын көрсетеді. Бүкіл кеңістік уақыт біртұтас ретінде сипатталатындай етіп сыртқымен сәйкестендірілетін ішкі метрика табу мүмкін бе деген сұрақ туындайды. Осы мақсатта әдетте ішкі массаның таралуын екі физикалық параметрі, атап айтқанда, энергия тығыздығы мен қысымы бар идеал сұйықтық арқылы сипаттауға болады деп болжанады. Идеал сұйықтықтың энергия-импульстік тензоры Эйнштейн теңдеуінде гравитациялық өрістің көзі ретінде пайдаланылады. Сәйкесінше бұл үшін дифференциалдық теңдеулер жүйесін шешу мүмкін емес болып шықты, өйткені теңдеулер саны белгісіз функциялар санынан өте аз. Бұл мәселе әдетте сұйықтықтың қысымы мен тығыздығын байланыстыратын күй теңдеулерін енгізу арқылы шешіледі. Сонымен қатар, энергия шарттарын, сыртқы метрикаға сәйкес шарттарды және көздің ортасына жақын және сыртқы өріс шекарасында метрикалық функциялардың әрекетіне шарттарды енгізу керек.

Эрнандес [43-50] сыртқы метрикада Шварцшильд метрикасы белгілі бір жағдайда болған жағдайда сыртқы Вейл метрикасының сәйкес тобына шамамен ішкі шешім алу үшін ішкі сфералық симметриялы шешімді қалай өзгерту керектігін көрсетті. Эрнандес тәсілін Стюарт және т.б. [51] гамма-метриканың нақты ішкі шешімін алу үшін қолданды. Олар сыртқы гамма-метрикаға сәйкес келетін екі түрлі ішкі шешімдерді тапты. Жалпы алғанда, бұл арнайы әдіс қарапайым сұйықтықтарға сәйкес келетін ішкі шешімдерге жарамайды. Ішкі және сыртқы шешімдердің сәйкестігі, жалпы алғанда, сәйкестік бетінде бірнеше математикалық шарттардың орындалуын талап етеді [52,53].

Жоғарыдағы талқылау физикалық тұрғыдан сәйкес ішкі шешімдерді іздеу оңай шаруа емес екенін көрсетеді. Шешімдердің бірегей еместігін ескерсек, қиындықтар артады. Шынында да, Бирхофф теоремасы Шварцшильд метрикасының Эйнштейн теңдеулерінің жалғыз сфералық симметриялы вакуумдық шешімі екеніне кепілдік берсе, Шварцшильд метрикасымен сәйкестендірілетін көптеген сфералық симметриялы ішкі шешімдер бар. Осьтік симметрия жағдайында жағдай одан да күрделі. Соңғы жұмыста [54,55] төрт пюлюсті бірнеше сыртқы шешімдер салыстырылды. Олардың барлығы әртүрлі аналитикалық өрнектермен берілгені және көппюлюсті моменттердің әртүрлі жиынтықтарымен сипатталатыны анықталды. Осы тұрғыдан алғанда, олардың барлығы физикалық жағынан бір-бірінен ерекшеленеді. Сондықтан сыртқы шешімдердің әрқайсысына сәйкес келетін көптеген ішкі көрсеткіштер болады деп күтуге болады. Бұл жағдайдың бір мысалы q -метрика үшін жақында

ұсынылған ішкі шешім [56] және осы жұмыста талданған шешімдер арқылы берілген.

3.2.1 Сыртқы q-Метрика

Зипой [35] және Вурхиз [36] Эйнштейн теңдеулерінің статикалық, осьтік симметриялық вакуумдық шешімдерін зерттеп, белгілі шешімнен жаңа шешімдер шығаруға мүмкіндік беретін қарапайым түрлендіруді тапты. Егер біз Шварцшильд шешімінен бастасақ және Зипой-Вурхиз түрлендіруін қолдансақ, жаңа сызықтық элементін былай жазуға болады:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{1+q} dt^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-q} \times \left[\left(1 + \frac{m^2 \sin^2 \theta}{r^2 - 2mr}\right)^{-q(2+q)} \left(\frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} + r^2 d\theta^2 \right) + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \right] \quad (3.2.1)$$

Бұл метрика осьтік симметриялы, демек, ол Шварцшильд метрикасының негізгі көрсеткіштерінен физикалық түрде ерекшеленеді. Егжей-тегжейлі талдаудың нәтижесі m және q гравитациялық көздердің жалпы массасын және квадрупольдық моментін анықтайтын тұрақты параметрлері екенін көрсетеді [34]. Келесі сілтемелерде [56,57] сыртқы кеңістік уақыттарының негізгі физикалық шарттарын қанағаттандыратын q -метриканың стационарлы жалпылауы алынған болатын (3.2.1) теңдеуі метрика төрт полюсті Шварцшильд метрикасының ең қарапайым жалпылауы ретінде түсіндірілді.

Жоғарыда айтылғандай, негізгі метрика қара құрдымның гравитациялық өрісін сипаттайтын сфералық симметриялы Шварцшильд шешімі болса, генерацияланған q -метрика осьтік симметриялы және ашық ерекшеліктің сыртқы өрісін сипаттайды [34]. Шын мәнінде, бұл инвариантты Герох мультиполюстерін есептеу арқылы анық көрсетуге болады [58,59]. Ең кіші массалық көпполюсті моменттері M_n , $n = 0, 1, \dots$, арқылы берілген:

$$M_0 = (1 + q)m, \quad M_2 = -\frac{m^3}{3} q(1 + q)(2 + q) \quad (3.2.2)$$

ал жоғары моменттері m^q пропорционал және M_0 және M_2 тұрғысынан толығымен қайта жазылуы мүмкін. Сәйкесінше, m және q ерікті параметрлері шешімнің жалғыз тәуелсіз көпполюсті моменттері болып табылатын массаны және төрт полюсті анықтайды. Шектеулі жағдайда $q = 0$, Шварцшильд кеңістігіндегідей тек $M_0 = m$ монополь ғана өмір сүреді. $m = 0$ шегінде, $q \neq 0$ болғанда, барлық моменттер бірдей жоғалады, бұл массалық үлестірудің жоқтығын және кеңістік уақытының тегіс болуы керектігін білдіреді. Минковский метрикасына сәйкес келетін $q \rightarrow -1$ шекті жағдайда да солай. Сонымен қатар, шешімнің $\theta = \pi/2$ экваторлық жазықтыққа қатысты қосымша шағылысу симметриясына ие болғандықтан, барлық тақ көп полюсті моменттердің нөлге тең екенін ескерген жөн.

Деформация төртполюсті момент M_2 арқылы сипатталады, ол пролат көзі үшін оң, ал көлденең көз үшін теріс. Бұл q параметрінің оң немесе теріс болуы мүмкін екенін білдіреді. Көздің жалпы массасы M_0 оң болуы керек болғандықтан, m оң мәндері үшін $q > -1$ және m теріс мәндері үшін $q < -1$ деп қабылдауымыз керек. Жоғарыда келтірілген метриkanı M_2 оң немесе теріс төрт полюсті моменті бар статикалық оң массаның M_0 сыртқы гравитациялық өрісін сипаттау үшін пайдалануға болады деген қорытындыға келдік. q -метриканың қисаюын зерттеу ең сыртқы ерекшелік $r = 2m$ -де орналасқанын көрсетеді, бұл барлық белгілі ықшам нысандарда дене бетінің ішінде орналасқан гипербеткей. Бұл бүкіл гравитациялық өрісті сипаттау үшін ерекшеліктің бұл түрін ішкі шешіммен жабу қажет екенін білдіреді.

3.2.2 Ішкі метрика

Кіріспеде айтылғандай, бұл жұмыста біз статикалық тамаша сұйықтықтың кеңістік уақыттары жағдайына назар аударамыз. Сәйкес сызықты элементін жазудың көптеген формалары бар және, негізінен, олардың барлығы әртүрлі нақты шешімдерге әкелуі мүмкін [32]. Сондықтан сызықты элементті таңдау шешімдердің белгілі бір тобын алу үшін маңызды. Сызықты элементтің кейбір нысандары белгілі бір мәселені зерттеуге ыңғайлы болып шығады. Сандық мінсіз сұйық ерітінділермен тәжірибеміз [60] қарастырылып отырған жағдай үшін сызық элементі ерекше қолайлы екенін көрсетеді:

$$ds^2 = f dt^2 - \frac{e^{2\gamma}}{F} \left(\frac{dr^2}{h} + d\theta^2 \right) - \frac{\mu^2}{F} d\varphi^2 \quad (3.2.3)$$

Мұндағы: $f = f(r, \theta)$, $\gamma = \gamma(r, \theta)$, $\mu = \mu(r, \theta)$ және $h = h(r)$. r координатасының қайта анықтамасы бар эквивалентті сызықты элементіне әкеледі және анизотропты статикалық сұйықтықтарды зерттеу үшін пайдаланылды [61] жылдамдықты U_α , тығыздығы ρ және қысым p бар тамаша сұйықтыққа арналған Эйнштейн теңдеулері (біз $G = c = 1$ болатын геометриялық бірліктерді қолданамыз):

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} R g_{\alpha\beta} = 8\pi [(\rho + p) U_\alpha U_\beta - p g_{\alpha\beta}] \quad (3.2.4)$$

сызық элементі үшін (3.2.3) μ және f үшін екі екінші ретті дифференциалдық теңдеу ретінде ұсынылуы мүмкін:

$$\mu_{,rr} = -\frac{1}{2h} \left(2\mu_{,\theta\theta} + h_{,r} \mu_{,r} - 32\pi\rho \frac{\mu e^{2\gamma}}{f} \right), \quad (3.2.5)$$

$$f_{,rr} = \frac{f^2_{,r}}{f} - \left(\frac{h_{,r}}{2h} + \frac{\mu_{,r}}{\mu} \right) f_{,r} + \frac{f^2_{,\theta}}{hf} - \frac{h_{,\theta}\mu_{,\theta}}{\mu h} - \frac{f_{,\theta\theta}}{h} + 8\pi \frac{(3\pi + \rho)e^{2\gamma}}{h} \quad (3.2.6)$$

мұндағы индекстер дербес туындыны білдіреді. Сонымен қатар, γ функциясы екі дербес дифференциалдық теңдеулердің жиынымен анықталады:

$$\gamma_{,r} = \frac{1}{h\mu^2_{,r} + \mu^2_{,\theta}} \left\{ \frac{\mu}{f^2} \left[\frac{\mu_{,r}}{4} (hf^2_{,r} - f^2_{,\theta}) + \frac{1}{2} \mu_{,\theta} f_{,\theta} f_{,r} + 8\pi\mu_{,r} p f e^{2\gamma} \right] + \mu_{,\theta} \mu_{,r\theta} - \mu_{,r} \mu_{,\theta\theta} \right\} \quad (3.79)$$

$$\gamma_{,\theta} = \frac{1}{h\mu^2_{,r} + \mu^2_{,\theta}} \left\{ \frac{\mu}{f^2} \left[\frac{\mu_{,\theta}}{4} (hf^2_{,\theta} - f^2_{,r}) + \frac{1}{2} h\mu_{,r} f_{,\theta} f_{,r} - 8\pi\mu_{,\theta} p f e^{2\gamma} \right] + h\mu_{,r} \mu_{,r\theta} + \mu_{,\theta} \mu_{,\theta\theta} \right\} \quad (3.2.7)$$

f , μ , p және h белгілі болғаннан кейін квадратуралармен интегралдауға болады. Осы дербес дифференциалдық теңдеулердің интегралдық шарты қалған өріс теңдеулерінің күшімен бірдей орындалатын болып шығады. Мұнда $h(r)$ функциясының теңдеуі жоқ екенін ескеру маңызды. Бұл r радиалды координатасын анықтауда оны жұтуға болатынын білдіреді. Соған қарамастан, оны ерікті түрде түзетуге болады. Бұл еркіндік теңдеулерді шешуде және шешімдердің физикалық маңыздылығын зерттеуде пайдалы екені белгілі болды.

(3.2.5) сызықты элементін пайдаланудың артықшылығы - өріс теңдеулері екі жиынға бөлінген. Негізгі күй теңдеулерінің жиынтығы (3.2.6) және (3.2.7) μ және f үшін бір уақытта шешілуі керек. Екінші жиын γ үшін бірінші ретті теңдеулерден тұрады, олар қалған функциялар белгілі болғаннан кейін оларды біріктіруге болатын мағынада қосалқы рөл атқарады. Сондай-ақ, μ және f үшін дифференциалдық теңдеулердің негізгі жиынын шешу үшін p қысымы мен тығыздық ρ априорлы берілуі керек екенін ескерген жөн. (3.78) теңдеуінен көретіміздей $3\rho + p = 0$ бөлігі осы теңдеудің күрделілігін азайтады; дегенмен, бұл жағдай физикалық тұрғыдан алғанда астрофизикалық ықшам нысандардың ішінде болуы күтілмейтін теріс қысымдарға әкеледі.

Қорытындылай келе, сақталу заңынан $T_{;\beta}^{\alpha\beta} = 0$ біз екі қысым үшін бірінші ретті дифференциалдық теңдеулер Эйнштейн теңдеулерін қанағаттандыратын $f(r, \theta)$ және $\rho(r, \theta)$ кез келген берілген функциялар үшін интегралдауға болатынын көреміз.

$$p_{,r} = -\frac{1}{2}(p + \rho) \frac{f_{,r}}{f}, \quad p_{,\theta} = -\frac{1}{2}(p + \rho) \frac{f_{,\theta}}{f} \quad (3.2.8)$$

Жоғарыда келтірілген өріс теңдеулері үшін физикалық негізделген шешімдерді табу өте қиын, себебі негізгі дифференциалдық теңдеулер метрикалық функциялар арасындағы өте күшті байланыстармен өте сызықты емес. Біздің кейбіреулеріміз Эйнштейн теңдеулерінің мінсіз сұйық шешімдерін генерациялаудың жаңа әдісін, берілген тұқым ерітіндісінен бастап ұсынды [26]. Бұл әдіс тұқымдық ерітіндінің метрикалық функциялары деңгейінде жаңа параметрді енгізуге негізделген, осылайша түзілген жаңа ерітінді тұқымдық ерітінділерден ерекшеленетін физикалық қасиеттермен сипатталады.

Әрі қарай біз астрофизикалық ықшам объектілер жағдайында қолдануға болатын шарттарды қанағаттандыратын жуық шешімдерді талдаймыз. Сәйкес бастапқы шарттарды қою арқылы сандық интегралдауды орындауға болатынын көреміз. Атап айтқанда, метрикалық функциялар мен қысымның осьте шекті болуын талап етсек, сәйкестік бетінде жоғалатын қысыммен сыртқы q -метрикамен сәйкестендірілетін сандық шешімдердің класын табуға болады.

3.2.3 Сызықтандырылған квадрупольдық метрика

Мұндағы біздің жалпы мақсатымыз ықшам деформацияланған гравитациялық көздердің гравитациялық өрісін сипаттау үшін пайдалануға болатын квадрупольдық моменттің кеңістіктік уақыт құрылымына қалай әсер ететінін зерттеу. Атап айтқанда, біз сыртқы q -метрикасына сәйкес келетін тамаша сұйықтық шешімдерін табуға тырысамыз. Сәйкес ішкі сызық элементін табу үшін біз келесі әрекеттерді орындаймыз. Аздап деформацияланған массаның жағдайын қарастырайық. Бұл сыртқы q -метрикаға арналған q параметрін кіші деп санауға және сызық элементін келесідей сызықтық етуге болатынын білдіреді:

$$ds^2 \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \left[1 + q \ln\left(1 - \frac{2m}{r}\right)\right] dt^2 - r^2 \left[1 - q \ln\left(1 - \frac{2m}{r}\right)\right] \sin^2 \theta d\varphi^2 - \left[1 + q \ln\left(1 - \frac{2m}{r}\right) - 2q \ln\left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{m^2}{r^2} \sin^2 \theta\right)\right] \times \left(\frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} + r^2 d\theta^2\right) \quad (3.2.9)$$

Ықшам нысанның сыртқы гравитациялық өрісі Эйнштейн теңдеулерінің вакуумдағы белгілі бір жуық шешімін көрсететін сызық элементі арқылы q -да бірінші ретпен сипатталады деп есептейміз. Шамамен ішкі сызық элементін тұрғызу үшін дәл сызық элементінен бастаймыз және бағдар ретінде шамамен шешімді (3.2.9) пайдаланамыз. Осы процедурадан кейін сәйкес ішкі сызықты элементін келесідей көрсетуге болады:

$$ds^2 = e^{2v}(1 + qa)dt^2 - (1 + qc + qb) \frac{dr^2}{1 - \frac{2\tilde{m}}{r}} - (1 + qa + qb)r^2 d\theta^2 - (1 - qa)r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \quad (3.2.10)$$

мұндағы $v = v(r)$, $a = a(r)$, $c = c(r)$, $\tilde{m} = \tilde{m}(r)$ және $b = b(r, \theta)$ функциялары. Ішкі сызық элементінің (3.2.10) $h(r)$ көмекші функциясына ұқсас рөл атқаратын $s(r)$ қосымша көмекші функциясын енгізгенімізді ескеріңіз. Шамамен сызық элементінде нақты жағдай ретінде шамамен сыртқы q -метрика (3.2.9) бар екенін ескеріңіз. Бұл вакуумдық өрістерді осы жуық сызық элементін пайдалану арқылы да зерттеуге болатынын білдіреді.

3.2.4 Жалпы вакуумдық шешім

Сызықтық тәсілдің дәйектілігін тексеру үшін біз нақты вакуумдық q -метриканы (3.2.9) аламыз. Осы мақсатта (3.2.10) сызық элементінен вакуумдық өріс теңдеулерін есептеп аламыз:

$$\widetilde{m}_{,r} = 0 \text{ i. e. } \widetilde{m} = m = \text{const.}, \quad (3.2.11)$$

$$v_{,r} = \frac{m}{r(r-2m)}, \quad (3.2.12)$$

$$(r-m)(a_{,r} - c_{,r}) + (a-c) = 0 \quad (3.2.13)$$

$$2r(r-2m)a_{,rr} + (3r-m)a_{,r} + (r-3m)c_{,r} - 2(a-c) = 0 \quad (3.2.14)$$

$$r(r-2m)b_{,rr} + b_{,\theta\theta} + (r-m)b_{,r} - 2(r-2m)c_{,r} + 2(a-c) = 0 \quad (3.2.15)$$

$$(r^2 - 2mr + m^2 \sin^2 \theta)b_{,\theta} + 2r(r-2m)(ma_{,r} - a + c) \sin \theta \cos \theta = 0 \quad (3.2.16)$$

$$(r^2 - 2mr + m^2 \sin^2 \theta)b_{,r} + 2(r-2m)(r - m \sin^2 \theta)a_{,r} + 2(r-m)(a-c) \sin^2 \theta = 0 \quad (3.2.17)$$

Мұнда теңдеуді қарапайым қылу үшін бірінші теңдеудің шешімін $\widetilde{m} = m = \text{const}$ деп ауыстырдық. Содан соң (3.2.12) және (3.2.13) теңдеулері интегралданып келесі түрде шешілуі мүмкін:

$$v = \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{2m}{r} \right) + \alpha_1, \quad a - c = \frac{\alpha_2 m^2}{(r-m)^2} \quad (3.2.18)$$

мұндағы α_1 және α_2 өлшемсіз интегралдау константалары. Қалған дербес дифференциалдық теңдеулер жүйесі жалпы және нәтижелі түрде біріктірілуі мүмкін:

$$a = -\frac{\alpha_2 m}{r-m} + \frac{1}{2}(\alpha_3 - \alpha_2) \ln \left(1 - \frac{2m}{r} \right) + \alpha_4 \quad (3.2.19)$$

$$c = -\frac{\alpha_2 m r}{(r-m)^2} + \frac{1}{2}(\alpha_3 - \alpha_2) \ln \left(1 - \frac{2m}{r} \right) + \alpha_4 \quad (3.2.20)$$

$$b = \frac{2\alpha_2 m}{r-m} - (\alpha_3 - \alpha_2) \left[\ln 2 + \ln \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{m^2 \sin^2 \theta}{r^2} \right) \right] + \alpha_5 \quad (3.2.22)$$

мұндағы α_3 , α_4 және α_5 өлшемсіз интегралдау константалары. Осылайша, төрт полюсті моменті бар жалпы жуық сыртқы шешім 5 параметрлі шешімдер тобымен ұсынылғанын көреміз. Арнайы жағдай:

$$\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0, \alpha_3 = 2, \alpha_4 = 0, \alpha_5 = 2 \ln 2, \quad (3.2.23)$$

(3.2.10) теңдеуде көрсетілген сызықтық q-метрикаға сәйкес келеді. Тағы бір қызықты нақты жағдай келесіні көрсетеді:

$$\alpha_1 = 0, \alpha_3 = \alpha_2, \alpha_4 = 0, \alpha_5 = 0,$$

Яғни бұдан келесі теңдеу шығады:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \left(1 - \frac{q\alpha_2 m}{r-m}\right) dt^2 - \left(1 + \frac{q\alpha_2 m}{r-m}\right) r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 - \left[1 + \frac{q\alpha_2 m(r-2m)}{(r-m)^2}\right] \frac{dr^2}{1-\frac{2m}{r}} - \left(1 + \frac{q\alpha_2 m}{r-m}\right) r^2 d\theta^2 \quad (3.2.24)$$

Бұл m , q және α_2 параметрлері бар асимптотикалық жалпақ жуық шешім. Сингулярлық құрылымын Кречманнның инварианты $K = R_{\alpha\beta\gamma\delta} R^{\alpha\beta\gamma\delta}$ талдау арқылы табуға болады, ол бұл жағдайда төмендейді:

$$K = \frac{48m^2}{r^6} \left(1 + q\alpha_2 \frac{r-4m}{r-m} + \sigma(q^2)\right) \quad (3.2.25)$$

мұндағы q^2 -ке пропорционалды термин шешімнің жуық сипатына байланысты ескерілмеді. Біз $r = 0$ кезінде орталық сингулярлық және $r = m$ кезінде екіншісі бар екенін көреміз. Шешім (3.2.24) массасы m және төрт полюсті q екі сингулярлықтарының сыртқы өрісін сипаттайды деген қорытындыға келеміз. α_2 параметрін q тұрақтысын қайта анықтау арқылы жойып жіберуге болады, сондықтан оның арнайы физикалық мағынасы жоқ. Жалпы шешімде (3.2.19)–(3.2.20) α_4 және α_5 аддитивті константаларын шексіздікте шешім сфералық координаталардағы Минковский кеңістік уақытын сипаттайтындай етіп таңдауға болады. Бұл 5 параметрлі (3.2.19)–(3.2.20) тобында асимптотикалық емес жалпақ шешімдер де бар екенін білдіреді. Бұл төртполюсті моментте сызықты болатын ең жалпы вакуумдық шешім. Бұл жалпы шешім жаңа шешім болады.

3.2.5 Ньютондық шек

(3.2.24) шешімнің физикалық мағынасын әрі қарай зерттеу үшін координаталық түрлендірулерді қарастырайық [38]:

$$r = R \left[1 - q \frac{m}{R} \left(1 + \frac{m}{R} (\beta_1 + \sin^2 \vartheta) + \frac{m^2}{R^2} (\beta_2 - \sin^2 \vartheta) + \dots\right) \sin^2 \vartheta\right] \quad (3.2.26)$$

және

$$\theta = \vartheta - q \frac{m^2}{R^2} \left(1 + 2 \frac{m}{R} + \dots\right) \sin \vartheta \cos \vartheta \quad (3.2.27)$$

мұндағы β_1 және β_2 тұрақтылар және біз m^3/R^3 -тен асқан мүшелерді ескермедік. Жоғарыдағы координаталарды метрикаға (3.2.24) енгізіп, шамамен сызық элементін аламыз:

$$ds^2 = (1 + 2\Phi)dt^2 - \frac{dR^2}{1+2\Phi} - U(R, \vartheta)R^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2) \quad (3.2.28)$$

$$\Phi = -\frac{GM}{R} + \frac{GQ}{R^3}P_2(\cos\vartheta) \quad (3.2.329)$$

$$U(R, v) = 1 - 2\frac{GM}{R^3}P_2(\cos\vartheta) \quad (3.2.30)$$

мұндағы $P_2(\cos \vartheta)$ 2-дәрежелі Лежандр көпмүшесі, және біз бос тұрақтыларды $\alpha_2 = 2$, $\beta_1 = 1/3$ және $\beta_2 = 5/3$ ретінде таңдадық.

Біз метриkanı (3.2.28) жалпы салыстырмалықтың Ньютондық шегі деп танаймыз, мұндағы Φ Ньютондық потенциалды көрсетеді. Оның үстіне тұрақтылар:

$$M = (1 + q)m, \quad Q = \frac{2}{3}qm^3 \quad (3.2.31)$$

сәйкес массалық үлестірімнің Ньютондық массасы және квадрупольдік моменті ретінде түсіндіруге болады.

(3.2.24) метрика сәл деформацияланған массаның сыртқы гравитациялық өрісін білдіреді деген қорытындыға келеміз. Біз келесі бөлімде қарастыратын ішкі шешімдерге сәйкестендіру үшін осы сыртқы шамамен көрсеткішті қолданамыз. Ньютон шегін (3.2.28) алу үшін r -ді R және ϑ -мен байланыстыратын координаталық түрлендіруді (3.2.26) қолдану қажет екенін ескереміз. Бұл r радиалды координат және $r = \text{const}$ болатын беттер ретінде түсіндірілмейтінін көрсетеді. Яғни шарларға сәйкес келмейтіні көрінеді.

3.2.6 Мінсіз сұйықтыққа арналған шешім

Енді мінсіз сұйық ерітінділерді зерттеу үшін (3.2.10) ші сызық элементін қолданамыз. Біріншіден, бұл жағдайда (3.2.9) сақталу заңы төмендігі теңдеуге дейін төмендейтінін ескереміз:

$$p_{,r} = -(\rho + p)v_{,r}, \quad p_{,\vartheta} = 0. \quad (3.2.32)$$

Екінші туындыны есептегенде $p_{r\vartheta} = 0$, жоғарыдағы сақталу заңдары келесіні береді:

$$\rho_{,\vartheta} = 0 \quad (3.2.33)$$

бұл мінсіз сұйықтық айнымалылары тек r координатасына байланысты болуы мүмкін дегенді білдіреді. Алдыңғы бөлімде айтылғандай, бұл көздің сфералық симметриялы екенін білдірмейді. Шындығында, түзу элементінде (3.2.10)

төртпөлүсті q параметрінің болуына байланысты r координатасы енді радиалды координат емес және $r = \text{тұрақты}$ теңдеуі, жалпы алғанда, сфералық емес симметриялы деформацияланған бетті білдіреді [62].

Сәйкес сызықтық Эйнштейн теңдеулерін келесідей көрсетуге болады:

$$G_{\mu}^{(0)} + qG_{\mu}^{(q)} = 8\pi (T_{\mu}^{(0)} + q T_{\mu}^{(q)}) \quad (3.2.34)$$

Энергия-импульстік тензорға келетін болсақ, біз тығыздық пен қысымды да сызықты түрде беруге болады деп есептейміз:

$$p(r) = p_0(r) + qp_1(r), \quad \rho(r) = \rho_0(r) + q\rho_1(r), \quad (3.2.35)$$

(3.2.32) және (3.2.33) сақталу заңының шарттарына сәйкес. Мұндағы $p_0(r)$ және $\rho_0(r)$ сәйкесінше фондық сфералық симметриялы ерітіндінің қысымы мен тығыздығы. Егер енді сызық элементі (3.2.10) үшін сызықтық өріс теңдеулерін (3.2.34) есептесек, v , \tilde{m} , a , b , c , ρ_1 және p_1 функциялары үшін тоғыз дифференциалдық теңдеулердің жиынына келеміз. Ұзақ есептеулерден кейін $p_1(r)$ және $b(r, \theta)$ байланысты теңдеуді оқшаулауға болады, одан мынадай нәтиже шығады:

$$b_{, \theta} = 0 \quad (3.2.36)$$

Бұл нақты жуық сызық элементі (3.2.10) үшін тамаша сұйықтық үшін өріс теңдеулері метрикалық функциялардың θ бұрыштық координатасына айқын тәуелді болуына мүмкіндік бермейтінін білдіреді. Төрт пөлүсті сыртқы метрикаға сәйкес келетін нақты шешімдерді іздеу үшін сыртқы метриканы сәйкесінше өзгерту қажет. Сондықтан, біз енді $\alpha_2 = 2$ болатын балама жуық метриканы (3.2.24) қарастырамыз, оны мына түрде көрсетуге болады:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \left(1 - \frac{2qm}{r-m}\right) dt^2 - \left(1 + \frac{2qm}{r-m}\right) r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 - \left[1 + \frac{2qm(r-2m)}{(r-m)^2}\right] \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} - \left(1 + \frac{2qm}{r-m}\right) r^2 d\theta^2. \quad (3.2.37)$$

Алдыңғы бөлімде көрсетілгендей, бұл жуық шешім Ньютон шегіне (3.2.37) келеді және сәл деформацияланған массаның сыртқы өрісін сипаттау үшін пайдаланылуға болады. Бұл шамамен сыртқы шешімді ішкі сызықты элементімен (3.2.10) бірге сұйықтықтың тамаша көзі бар жуық шешімдерді іздеу үшін пайдалануға болатынын көреміз. Сақталу заңдарын және мінсіз сұйықтық үшін шамамен өріс теңдеулерін ескере отырып, p және ρ физикалық шамалар мен метрикалық функция b тек кеңістіктік координатаға r тәуелді екенін білдіреді, қалған өріс теңдеулерін осы тараудың соңғы бөлімінде берілгендей анық көрсетуге болады.

3.2.7 Бастапқы шешім

Сызықтық өріс теңдеулерінің нөлдік құрамдас бөлігі үшін біз сфералық симметриялы кеңістік уақытын қарастырамыз. Егер сызық элементіне (3.2.10) $q = 0$ орнатсақ, өріс теңдеулерін алатын v және \tilde{m} метрикалық функциялар ғана қалады:

$$\tilde{m}_{,r} = 4\pi r^2 \rho_0 \quad (3.2.38)$$

$$v_{,r} = \frac{\tilde{m} + 4\pi r^3 \rho_0}{r(r - 2\tilde{m})} \quad (3.2.39)$$

Егер тығыздық тұрақты, $\rho_0 = \text{const}$ деп алсақ, біз келесідей көрсетуге болатын нақты шешім аламыз:

$$e^v = e^{v_0} = \frac{2}{3} f_0(R) - \frac{1}{2} f_0(r), \quad \tilde{m} = \frac{4\pi}{3} \rho_0 r^3$$

$$p_0 = \rho_0 \frac{f_0(r) - f_0(R)}{3f_0(R) - f_0(r)} \quad (3.2.40)$$

$$f_0(r) = \sqrt{1 - \frac{2mr^2}{R^3}} \quad (3.2.40)$$

мұнда интегралдау константалары беттік радиуста $r = R$ сыртқы Шварцшильд метрикасын алатындай етіп таңдалған. Алынған сызықты элементі:

$$ds^2 = \frac{1}{4} [3f_0(R) - f_0(r)]^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi}{3} \rho_0 r^2} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (3.2.41)$$

ең қарапайым сфералық симметриялы мінсіз сұйықтық ерітіндісін білдіреді және ішкі Шварцшильд метрикасы ретінде белгілі. Бұл жұмыста біз оны келесіде алынатын ішкі төртбұрышты шешімдердің нөлдік жуықтауы ретінде қолданамыз.

3.2.8 Сәйкестік шарттары

Жоғарыда келтірілгендей шамамен сызық элементтерін жазудың маңыздылығы ішкі және сыртқы көрсеткіштер арасындағы сәйкестікті салыстырмалы түрде оңай орындауға болатынында. Шынында да, жоғарыда келтірілген ішкі метриkanı (3.2.10) q -метрикамен (3.2.38) q -дағы бірінші ретпен салыстыру арқылы $r = r_\Sigma$ сәйкес бетіндегі шекаралық шарттарды қарастырайық. Содан кейін сәйкес шарттарды аламыз:

$$a(r_\Sigma) = -\frac{2m}{r_\Sigma - m}, \quad c(r_\Sigma) = -\frac{2m}{(r_\Sigma - m)^2}, \quad b(r_\Sigma) = \frac{4m}{r_\Sigma - m} + \alpha_5,$$

$$v(r_\Sigma) = \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{2m}{r_\Sigma} \right), \quad \tilde{m}(r_\Sigma) = m. \quad (3.2.42)$$

Сонымен қатар, біз физикалық мағыналы жағдайды жүктей аламыз, бұл сәйкестік бетінде жалпы қысым жоғалады, яғни:

$$p(r_\Sigma) = 0. \quad (3.2.43)$$

Сандық интегралдау тұрғысынан жоғарыда келтірілген сәйкестік шарттарын сәйкес дифференциалдық теңдеулерді интегралдау үшін шекаралық мәндер ретінде пайдалануға болады.

Біз тек кеңістіктік координатаны $r = r_\Sigma$ ретінде бекіту арқылы қажетті сәйкестікке жететінімізді ескердік, дегенмен, алдыңғы бөлімде айтылғандай, бұл сәйкес келетін беттің шар екенін білдірмейді. Шынында да, сәйкес беттің пішіні $t = \text{const}$ шарттарымен анықталады және $r = r_\Sigma$ теңдеуіне сәйкес айқын θ -тәуелділігі бар бетті анықтаймыз. Сондықтан r координатасы радиалды координат емес. Бұл бұрын төртполюстік моменті бар басқа метрика жағдайында байқалған [63].

3.2.9 Арнайы ішкі шешімдері

Біздің мақсатымыз – төрт полюсті q параметрінің тек бірінші ретке дейінгі үлесін ескеретін дифференциалдық теңдеулер жүйесінің сызықтық ішкі шешімдерін табу. Сәйкес өріс теңдеулерінің айқын түрі осы бөлімнің соңғы тақырыбында берілген. Оларды бөлек қарастыруға болатын екі жиынтыққа бөлуге болатынын көруге болады. Бірінші жиын тек $\tilde{m}(r)$, $v(r)$ және $\rho_0(r)$ функцияларына қатысты, олар теңдеулерді қанағаттандыруы керек:

$$m_{,r} = 4\pi\rho_0 r^2 \quad (3.2.44)$$

$$v_{,r} = \frac{4\pi\rho_0 r^3 + \tilde{m}}{r(r-2\tilde{m})} \quad (3.2.45)$$

$$\rho_{0,r} = \frac{(4\pi\rho_0 r^3 + \tilde{m})(p_0 + \rho_0)}{r(r-2\tilde{m})} \quad (3.2.46)$$

Бұл теңдеулер жинағын ρ_0 тығыздықтың мәні белгілі болғаннан кейін бірден интегралдауға болады. Атап айтқанда, тұрақты ρ_0 үшін біз ішкі Шварцшильд метрикасын (3.2.41) аламыз, ол өріс теңдеулерін интегралдау үшін келесі бөлімдерде қолданатын нөлдік ретті шешім.

Сонымен қатар, қалған $a(r)$, $b(r)$ және $c(r)$ функциялары үшін біз нақты берілген екі екінші ретті және үш бірінші ретті жекеленген дифференциалдық

теңдеулердің жиынын алдық. Келесіде бөлімдерінде біз осы теңдеулер жинағын талдап, бірнеше нақты шешімдерді шығардық.

3.2.10 Тұрақтылар арқылы анықталатын шешімдер

Шамамен сыртқы q -метрикасының ішкі ұқсастығын табу үшін алдымен a , b , c және ρ_1 тұрақтылар болып табылатын қарапайым жағдайды қарастырамыз. Қалған өріс теңдеулерінің айқын түрі қатынасты болжайды:

$$b = -2a + C_{ab}, C_{ab} = const \quad (3.2.47)$$

бұл теңдеулердің күрделілігін айтарлықтай төмендетеді. Шынында да, бұл жағдайда жалғыз емес теңдеулер:

$$\rho_1 = -(b + c)\rho_0, p_1 = -(b + c)p_0, \quad (3.2.48)$$

сондықтан жалпы қысым мен тығыздық болады:

$$\begin{aligned} p(r) &= p_0(r)[1 - q(b + c)], \\ \rho &= \rho_0[1 - q(b + c)], \end{aligned} \quad (3.2.49)$$

Мұндағы $p_0(r)$ теңдеуде берілген a , b және c тұрақтыларының мәндерін $r = r_\Sigma$ бетіндегі сыртқы метрикамен сәйкестік шарттарынан анықтауға болады. Аламыз:

$$\begin{aligned} v(r_\Sigma) &= -1.020, \quad \tilde{m}(r_\Sigma) = 0.435, \quad a(r_\Sigma) = -1.540, \\ c(r_\Sigma) &= -2.725, \quad b(r_\Sigma) = 3.080, \quad C_{ab} = 0.01 \end{aligned} \quad (3.2.50)$$

Бұл төртполюстік параметрдің болуы дененің қысымының өзгеруіне әкелетін қарапайым шамамен ішкі шешім. Мысалы, нақты таңдау үшін:

$$\rho_0 = \frac{3m}{4\pi r^3 \Sigma}, \quad R = 1, \quad m = 0.435, \quad q = \frac{1}{100} \quad (3.2.51)$$

Сурет 3.2.1 бейнеленген қысым мен метрикалық функцияларды аламыз. Қорытындылай келе, бұл ішкі шешім сингулярлықсыз және шамамен сыртқы метрикамен (3.2.47) сәйкес келетін $r = r_\Sigma$ бетінде үздіксіз сәйкестендірілуі мүмкін деген қорытындыға келдік.

Дегенмен, метрикалық функциялардың туындыларындағы үзілістерге назар аудару керек. Бұл тұрақты ішкі метриканың қарапайым мәнінде өріс теңдеулерімен үйлесімді екенін білдіреді, бірақ физикалық емес шешімдерге әкеледі. Келесі бөлімдерде бұл мәселені жалпы метрикалық функцияларды қарастыру арқылы шешуге болатынын көреміз. Бұл жағдайда ішкі сызықтың сәйкес элементін келесідей көрсетуге болады деп қорытынды жасаймыз:

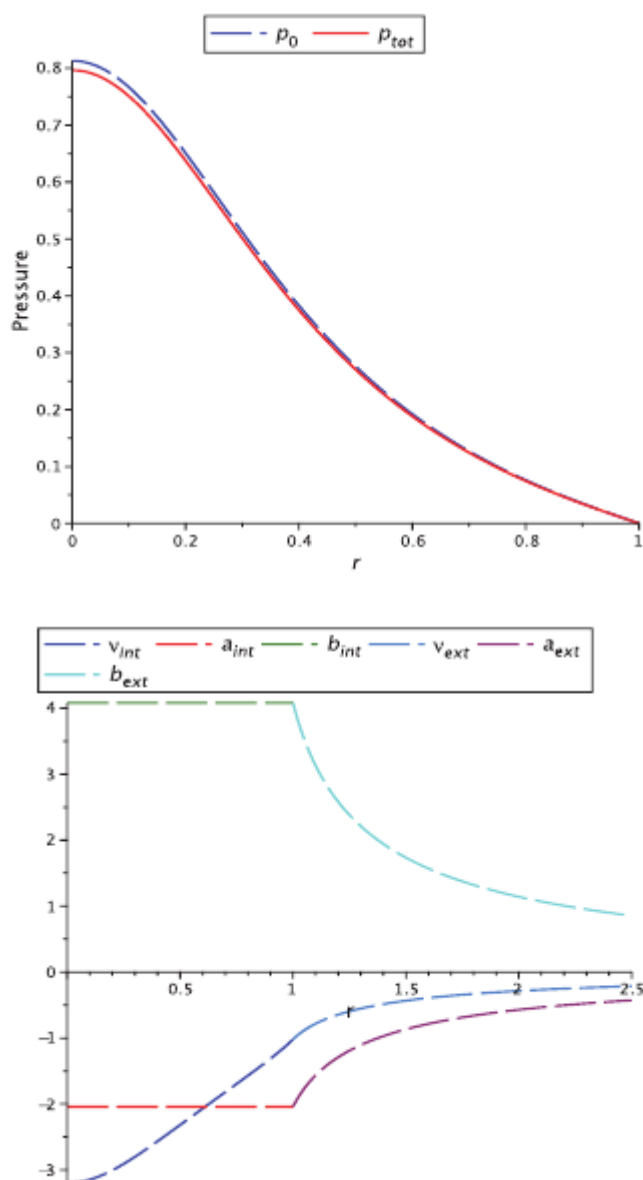
$$ds^2 = e^{2v}(1 + qa)dt^2 - (1 - qa)\left(\frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2\right) \quad (3.2.52)$$

$$a = \ln\left(1 - \frac{2m}{R}\right) \quad (3.2.53)$$

Шектеулі жағдайда $q \rightarrow 0$, біз Шварцшильдтің ішкі шешіміне қайта ораламыз.

3.2.11 Кеңістіктік тәуелділігі бар шешімдер

Енді a , b және c функциялары радиалды координатаға тәуелді деп есептейміз. Бұрынғыдай нөлдік жуықтау ретінде ішкі Шварцшильд шешімі алынды.



Сурет 3.2.1 – m бірліктегі кеңістіктік r координатасы тұрғысынан қысым мен метрикалық функциялардың әрекеті

Өріс теңдеулерін талдау келесі жағдайларды ескеру қажет екенін көрсетеді:

1. $b(r) = 0$ және $a(r) = c(r)$ болсын. Өріс теңдеулері бір ғана шешім алуға мүмкіндік береді, атап айтқанда, $a = const$ болған жағдайда. Дегенмен, бұл тығыздықты, қысымды және кейбір метрикалық құрамдастарды тұрақты шамаға көбейтуге тең келетін қарапайым жағдай.

2. $b(r) = 0$ және $a(r) \neq c(r)$ болсын. Бұл жағдайда $a = c = a(R)$, дегенді білдіретін (3.1.15) шекаралық шарттар қалған өріс теңдеулеріне сәйкес келмейді. Бұл жағдайда шешімдер табылмайды.

3. $b(r) \neq 0$ және $a(r) \neq c(r)$ болсын. (B.8) және (B.9) теңдеулерінен біз мұны аламыз

$$b(r) = -2a(r) + C_{ab}, \quad (3.2.54)$$

мұндағы C_{ab} тұрақты шама. Бұл қатынас қалған теңдеулерді жеңілдетеді. Алайда аналитикалық шешімдер таба алмадық. Сондықтан $a(r)$, $c(r)$ және $p_1(r)$ функциялары үшін қалған теңдеулердің сандық интегралдамасын орындаймыз. Нақты мысал ретінде m массасы, сәйкестік радиусы r_Σ және төрт полюсті параметр q үшін көрсетілген мәндерді аламыз. Сонда шекаралық (3.2.51) шарттардан келесі теңдеуді аламыз:

$$a(r_\Sigma) = -1.529, c(r_\Sigma) = -2.715, b(r_\Sigma) = 3.0696, \quad (3.2.55)$$

$$a_{,r|r=r_\Sigma} = 25, C_{ab} = 0.01 \quad (3.2.56)$$

Сонымен қатар, сандық интегралдауды орындау үшін $\rho_1(r)$ тығыздық функциясының профилін көрсету керек, оны біз келесідей қабылдаймыз:

$$\rho_1(r) = \rho_1(0) - r - \frac{1}{2}r^2 - \frac{1}{6}r^3 \quad (3.2.57)$$

мұндағы $\rho_1(0)$ тұрақтысын жалпы тығыздық $\rho = \rho_0 + q\rho_1(r)$ бетінде жойылып, центрде $r = 0$ шекті болатындай етіп таңдау керек. Нақты параметр мәндері үшін (3.2.51) аламыз $\rho_1(0) = -8,718$ және жалпы тығыздықтың әрекеті 3.2.2 - суретте көрсетілген. Бұл тығыздық функциясымен сандық интегралдауды анық орындауға болады, бұл қысымның шешіміне әкеледі (3.2.2 сурет).

Сонымен қатар, $a(r)$, $b(r)$ және $c(r)$ метрикалық функциялардың сандық интегралдау нәтижесі 3.2.3 - суретте көрсетілген. Мінсіз сұйықтықтың айнималылары мен метрикалық функциялардың барлық шекаралық шарттары орындалғанын және барлық шамалардың тұрақты мінез-құлық көрсететінін көреміз. Сонымен қатар, осы ерітіндінің физикалық маңыздылығын одан әрі талдау үшін жалпы тығыздық пен қысымның мәнінен сәйкес күй теңдеуін анықтауға болады (3.2.2-суретті қараңыз). Нәтиже 3.2.4-суретте көрсетілген. Біз қысымның тығыздығы артқан сайын шынайы мінез-құлықты байқаймыз. Бұдан нақты жағдайда физикалық мағыналы шешімдерді алуға болады деген

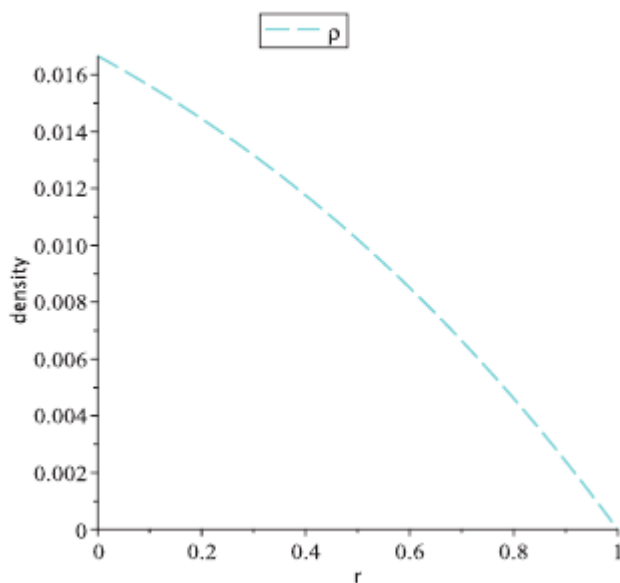
қорытындыға келеміз. Толық болу үшін біз осы тамаша сұйық ерітіндіге арналған сызық элементін былай жазуға болатынын айтамыз:

$$ds^2 = e^{2v}(1 + qa)dt^2 - (1 + qb + qc) \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} - (1 - qa)(d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2) \quad (3.2.58)$$

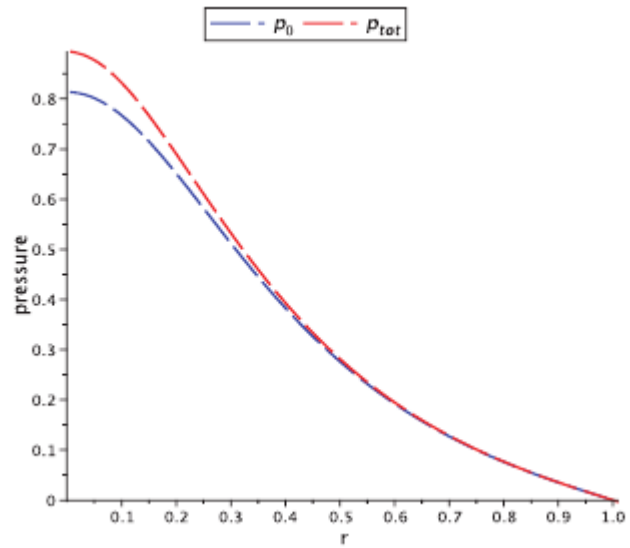
бұл төрт полюсті параметрдің жоғалуы үшін ішкі Шварцшильд кеңістік уақытына әкеледі.

3.2.12 Баротропты шешімдер

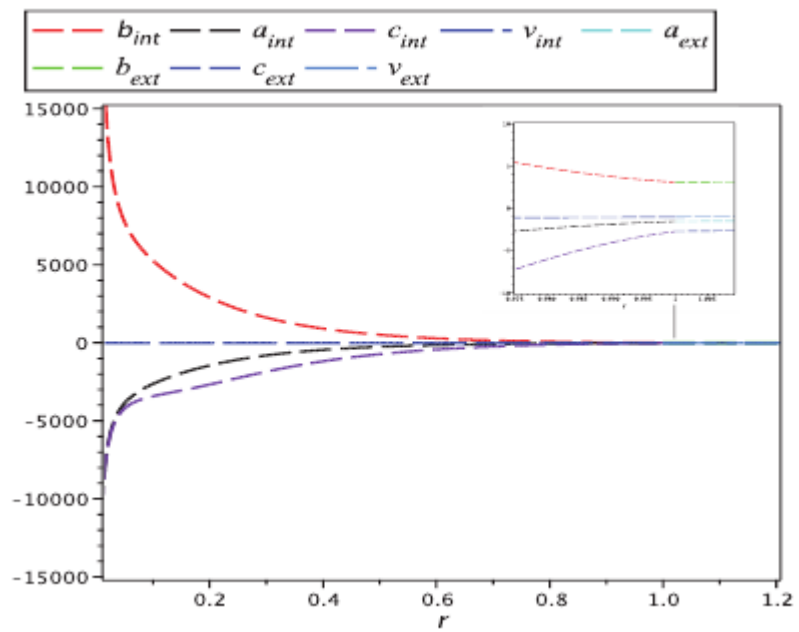
Шамамен ішкі шешімдерді алудың тағы бір әдісі тығыздық пен қысымға қатысты күй теңдеуінің априорин көрсету болып табылады. Сұйықтықтардың қызықты класы, $p = p(e)$ күй теңдеуіне бағынатын баротропты сұйықтықтар [64], мұндағы e - жалпы энергия тығыздығы. Баротропты сұйықтықтардың қызықты жағдайларының бірі нөлдік температурадағы затпен қамтамасыз етіледі. Бұл жағдайда баротропты күй теңдеуі $p = p(\rho)$ және $e = e(\rho)$ түрінде беріледі.



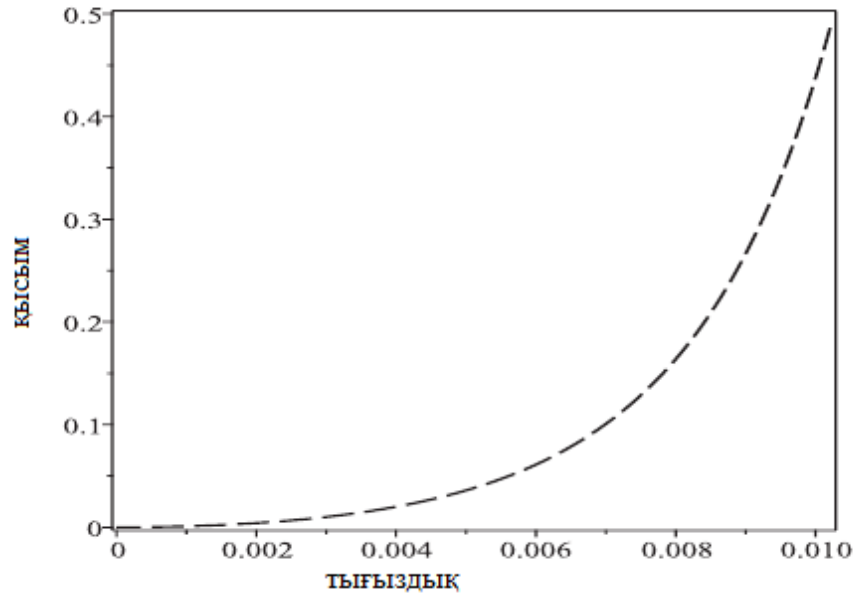
a)



б)
 Сурет 3.2.2 – а) тығыздық пен б) қысымның радиалды координатаның функциялары ретіндегі әрекеті



Сурет 3.2.3 – метрикалық функциялардың әрекеті және сәйкестігі



Сурет 3.2.4 – сурет 3.2.2 көрсетілген (P және ρ геометриялық бірліктер жүйесінде) күй теңдеуінің шешімі

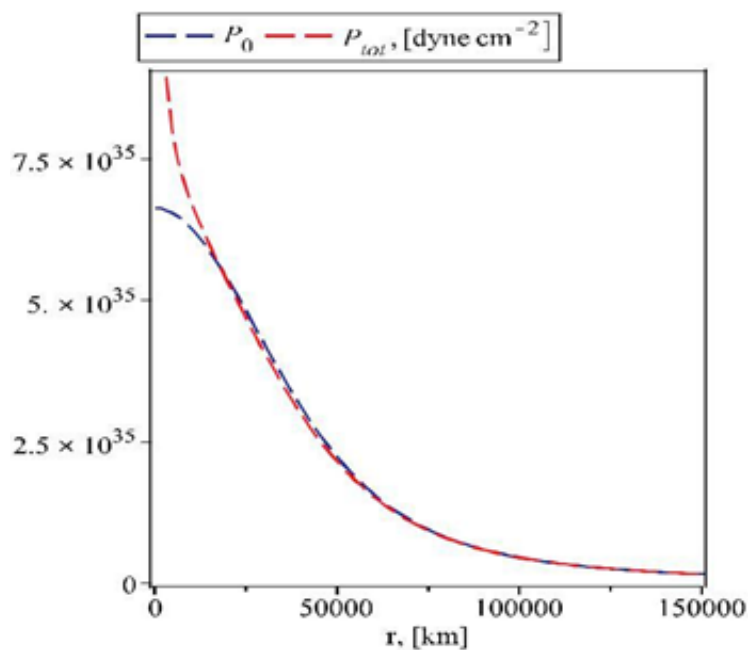
Ең қарапайым жағдайлардың бірі баротропты қатынаспен ұсынылған:

$$p = w\rho(r), \quad (3.2.59)$$

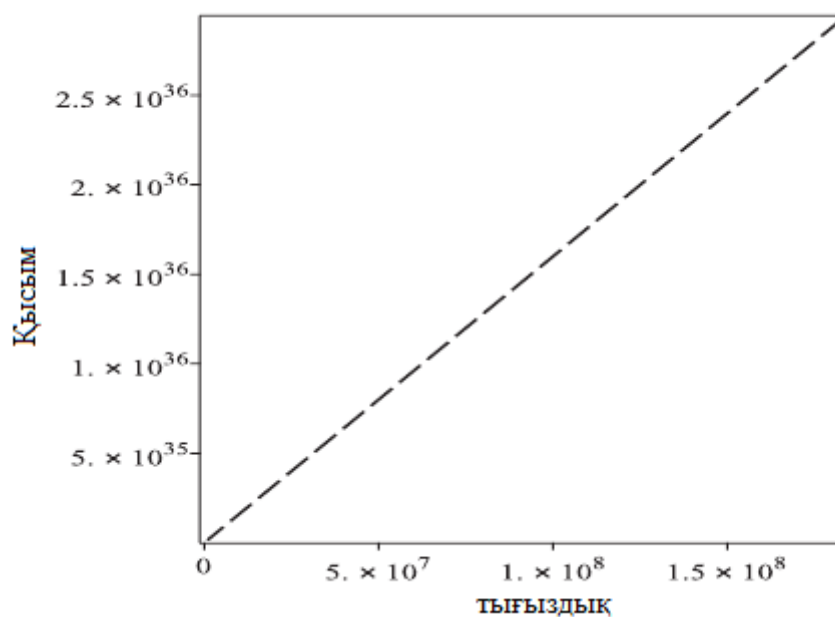
мұндағы w – баротропты тұрақты коэффициент. Сәйкес өріс теңдеулерін жоғарыдағы теңдеуді берілген теңдеулерге ауыстыру арқылы алуға болады. Бұл жағдайда өріс теңдеулерін сандық интегралдауды жалғастыру үшін біз бос параметрлерді таңдаймыз:

$$\rho_0 = 0.7, r_\Sigma = 1, m = 0.23626, q = 1/100, C_{ab} = 0.01, \\ \nu(r_\Sigma) = -0.3198, a(r_\Sigma) = -0.6186, c(r_\Sigma) = -0.8101 \quad (3.2.60)$$

Сонымен қатар, метрикалық функциялар үшін шекаралық шарттарды және сәйкес беттегі қысымның жоғалуын қабылдаймыз. Содан кейін шекаралық шарттар сандық интеграция үшін бастапқы мәндер ретінде пайдаланылады. Алынған жиынтық тығыздықтың әрекеті $w = 0,3$ үшін 3.2.5 суретте көрсетілген. Біздің көзқарасымызды тексеру үшін біз жалпы қысымның мәнін сандық түрде есептейміз және 3.2.6 - суретте көрсетілгендей күйдің баротропты теңдеуінің дұрыстығын растайтын жалпы тығыздыққа ұқсас мінез-құлық аламыз. Бұдан басқа, өріс теңдеулерінің сандық интеграциясы метрикалық функциялардың көздің ішінде тұрақты екенін және сыртқы q -метрикасының метрикалық функцияларымен сәйкес келуі мүмкін екенін көрсетеді. Бұл 3.2.7 суретте анық көрсетілген.



Сурет 3.2.5 – СГС бірліктер жүйесіндегі жалпы тығыздықтың әрекеті. Орталық тығыздығы $\rho_0 = 10^6 \text{ г/см}^3$.



Сурет 3.2.6 – $w=0,3$ болатын СГС бірліктер жүйесіндегі қысымның $P(\rho)$ тығыздыққа тәуелді баротропты әрекеті.

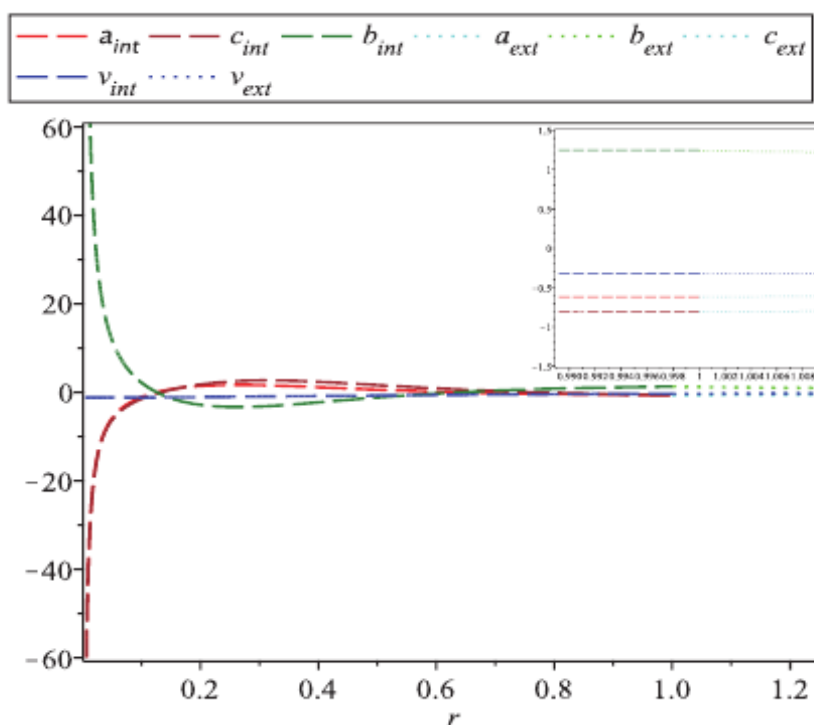
Біз сыртқы метрикалық функциялармен дәйекті сәйкестендірілетін және жақсы жұмыс істейтін тығыздық пен қысым функцияларымен сипатталатын баротропты күй теңдеуі бар жуық ішкі шешімдерді алуға болады деген қорытындыға келдік.

3.2.13. Политропты шешімдер

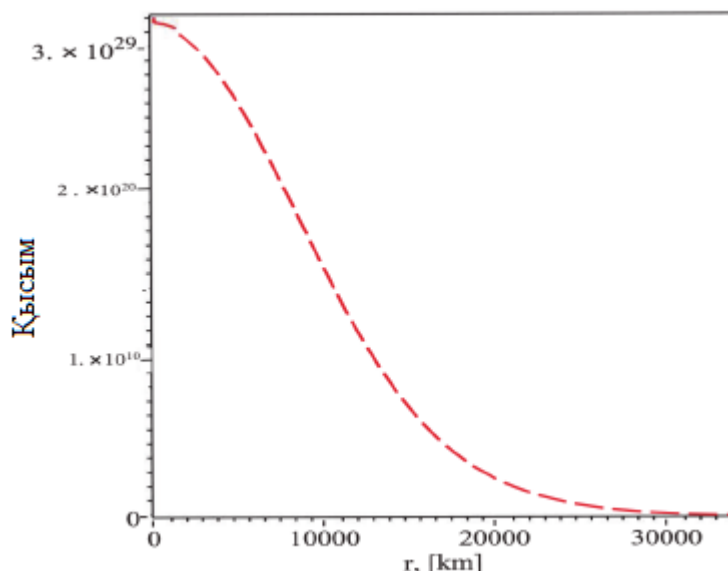
Мұнда политропты деп қарастырылатын жағдайда қысымы пішіндегі тығыздыққа тәуелді мінсіз сұйықтықты айтамыз:

$$p = k\rho^\gamma, \quad (3.2.61)$$

мұндағы k – пропорционалдық тұрақтысы, ал γ – политроптық көрсеткіш. Сәйкес өріс теңдеулерін бос параметрлер үшін (3.2.61) нің мәндерді қабылдау арқылы сандық түрде біріктіруге болады. (3.2.51) - шекаралық шарттарды пайдаланып және сәйкестік бетіндегі қысымның жойылуын болжасақ, қысым үшін 3.2.8-суретте көрсетілген әрекетті аламыз, ал өріс теңдеулері мен сәйкестік шарттарын қанағаттандыратын метрикалық функцияларды келесідей көрсетуге болады (3.2.9-сурет).



Сурет 3.2.7 - геометриялық бірліктерде сәйкес беттің ішіндегі және сыртындағы метрикалық функциялар.

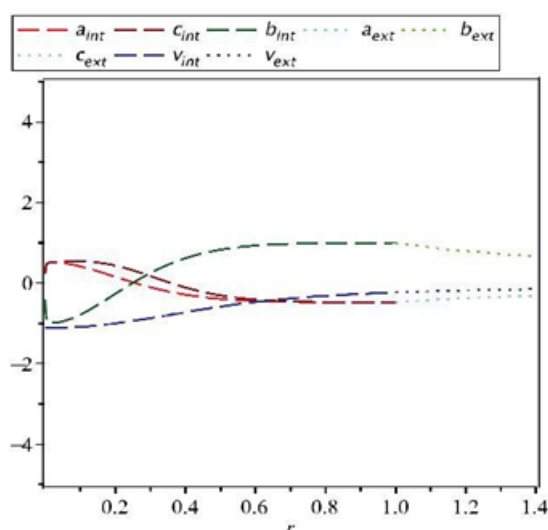


Сурет 3.2.8 – $k = 0,43$ және $\gamma = 3/2$ болатын политропты мінсіз сұйықтық үшін СГС бірліктер жүйесіндегі жалпы қысымның әрекеті

Осылайша, біз политропты сұйықтық жағдайында сыртқы шешіммен сәйкес келетін ішкі шешімдерді алуға мүмкіндігіміз бар q -метрика. $k = 0,43$ пропорционалдық константасының және $\gamma = 3/2$ политроптық индексінің нақты мәндері келесі бөлімде көрсетілгендей шынайы физикалық жүйеге тиімді сәйкес келетіндей етіп таңдалды.

3.2.14. Шешімдердің физикалық маңызы туралы

Сыртқы шамамен q -метрикаға сәйкес келетін төртполюсті моменті бар ішкі шешімдерді алу үшін алдымен өріс теңдеулерінің математикалық күрделілігін төмендететін бірқатар болжамдарды жасадық.



Сурет 3.2.9 – $k = 0,43$ және $\gamma = 3/2$ болатын политропты мінсіз сұйықтық үшін метрикалық функциялардың әрекеті.

Нәтижесінде біз ұсынылған әдістің математикалық сәйкестігін көрсететін сандық шешімдер алдық. Дегенмен, шешімдердің физикалық маңыздылығы және олардың нақты ықшам нысандарды сипаттау үшін қолданылуы жоғарыда аталған математикалық шарттарды қабылдау арқылы күрт төмендеген сияқты. Шынында да, біз жоғарыда бөлімде алған бірінші шешім энергия тығыздығының тұрақты мәнімен және кейбір ішкі метрикалық функциялардың тұрақты мәндерімен сипатталады, олар бұрын айтылғандай метрикалық функциялардың туындыларында үзілістерге және сәйкесінше, физикалық емес шешімдерге әкеледі. Біз тығыздық профилін кеңістіктік координаттың функциясы ретінде априори берілген басқа процедураны қолдандық. Бұл жағдайда біз 2 және 3-суретте көрсетілгендей нақтырақ физикалық мінез-құлықпен қысым мен метрикалық функциялардың сандық шешімдерін аламыз. Шынында да, тығыздық пен қысым көздің ортасында максималды болады, содан кейін олардың мәндері, олар көздің бетінде жойылып кеткенше, үздіксіз азаяды. Содан кейін біз сәйкес өріс теңдеулерін біріктіруге мүмкіндік беретін априорлы күй теңдеуін көрсетуден тұратын басқа әдісті қолданамыз. Біз баротроптық және политроптық күй теңдеулерін аламыз және физикалық тұрғыдан жақсы орындалатын қысым мен метрикалық функциялардың сандық шешімдерін табамыз. Енді біз өз нәтижелерімізді гравитациялық көздердің ішкі құрылымының бірнеше қасиеттері ескерілетін нақты ықшам объектілердің гравитациялық өрісін сипаттау үшін қолдануға болатынын зерттейміз. Шынында да, бақылау деректері бар ең соңғы зерттеулер ақ ергежейлілер [65–67] және нейтрондық жұлдыздар [68–71] релятивистикалық әсерлер елеусіз рөл атқаратын ықшам нысандар екенін көрсетеді. Тиісінше, біз күй теңдеуі деңгейінде көрсетілген шешімдеріміздің физикалық қасиеттерін шынайы ықшам нысандармен салыстырамыз. Мысалы, ішкі көрінісі Чандрасекардың күй теңдеуінің параметрлік түрде (геометризацияланған бірлік) сипатталған ақ ергежейліді қарастырайық [60,72-77]:

$$\rho_{Ch} = \frac{32}{3} \left(\frac{m_e}{m_n} \right)^3 K_n \left(\frac{\bar{A}}{Z} \right) y(x)^3 \quad (3.2.62)$$

$$\rho_{Ch} = \frac{4}{3} \left(\frac{m_e}{m_n} \right)^4 K_n \left[y(x) (2y(x)^2 - 3) \sqrt{1 + y(x)^2} + 3 \ln (y(x) + \sqrt{1 + y(x)^2}) \right] \quad (3.2.63)$$

және

$$K_n = \frac{m_n^4}{32 \pi^2} \quad (3.2.64)$$

мұндағы \bar{A} және Z - сәйкес ядролардың орташа атомдық салмағы және атомдық саны; $y(x) = p_e(x)/m_e$, $p_e(x)$ кезінде m_e және m_n сәйкесінше Ферми импульсі, электронның массасы және нуклонның массасы. Мұнда орташа молекулалық массасы $\bar{A}/Z = 2$ үшін нақты жағдайды қарастырамыз.

Чандрасекардың күй теңдеуі ең қарапайым, бірақ сонымен бірге ақ ергежейлі затты сипаттау үшін ең өзекті және негізгі күй теңдеу болып саналады.

Ақ ергежейлілердің ішкі және нейтрондық жұлдыздардың сыртқы қыртысын сипаттау үшін қолданылатын күрделірек күй теңдеуі көп екенін атап өткен жөн [40–44]. Бұл теңдеулер электрон-электрон, электрон-ион және ион-ион кулондық әрекеттесулерді, ядролық құрамды, Томас-Ферми түзетулерін, соңғы температура әсерлерін, фазалық ауысуларды, магнит өрістерін және т.б. ескереді [78,79-83] Алайда, Біздің мақсаттарымыз қарапайымдылық пен түсінікті болу үшін біз Чандрасекардың күй теңдеуімен шектелміз. Нейтрондық жұлдыздар жағдайында ішкі құрылымды таза дегенерацияланған нейтрондық газ күйінің теңдеуі арқылы сипаттауға болады, оны параметрлік түрде [40,80,84] келесідей жазуға болады:

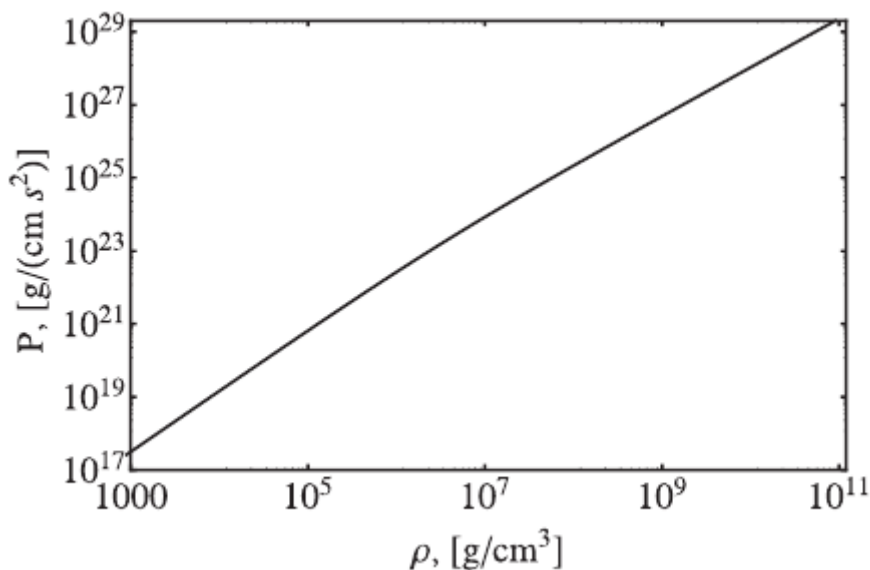
$$\rho_{NS} = \frac{\epsilon_0}{8} [(2y(x)^3 + y(x))\sqrt{1 + y(x)^2} - \ln (y(x) + \sqrt{1 + y(x)^2})] \quad (3.2.65)$$

$$p_{NS} = \frac{\epsilon_0}{24} [(2y(x)^3 - y(x))\sqrt{1 + y(x)^2} + 3 \ln (y(x) + \sqrt{1 + y(x)^2})] \quad (3.2.66)$$

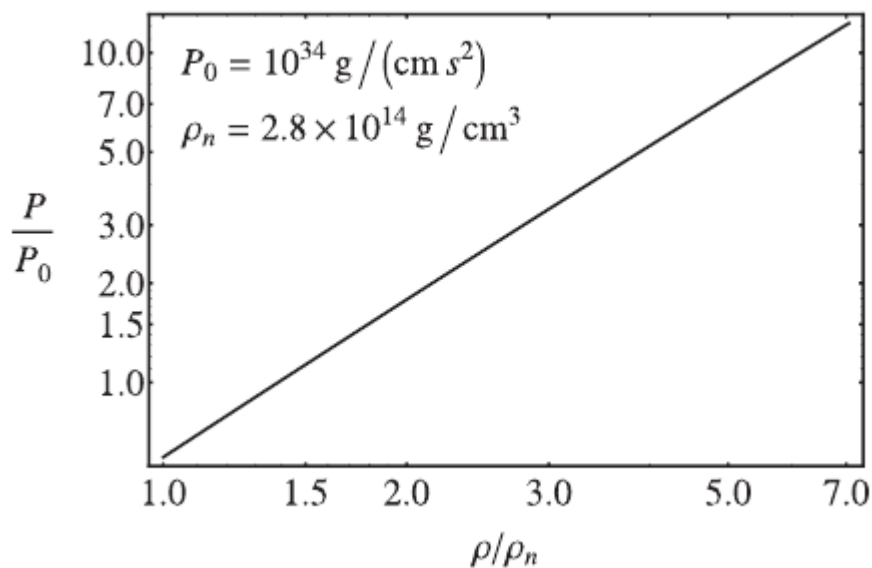
мұндағы $\epsilon_0 = \frac{m_n^4 c^5}{\pi^2}$ энергия тығыздығы.

Айта кету керек, таза дегенерацияланған нейтрон газы нейтрондық жұлдыздар үшін ең қарапайым күй теңдеуін білдіреді, дегенмен әдебиетте нуклондар мен нуклондардың өзара әрекеттесуін, әртүрлі бөлшектер-тасымалдаушылардың үлесін есепке алатын көптеген күрделі күй теңдеулері бар. өзара әрекеттесу және т.б. [84,88] Күйлердің ең соңғы және шынайы теңдеуі рентгендік сәулеленуді, толқындық деформацияны және гравитациялық толқын оқиғаларын өлшеу арқылы тексеріледі [88,89-93]. Бұл жұмыста зерттелетін ішкі метрика ақ ергежейлілер мен нейтрондық жұлдыздардың ішкі гравитациялық өрісін сипаттау үшін пайдаланылуы мүмкін екенін дәлелдеу үшін жоғарыда көрсетілген күй теңдеуін В қосымшасында келтірілген өріс теңдеулерімен біріктіру керек. Алдын ала есептеу мұның мүмкін екенін көрсетеді. , бірақ күйлер теңдеуіне енетін параметрлер мен тұрақтыларды егжей-тегжейлі талдауды қажет етеді. Бұл алдағы жұмыстарда зерттеледі деп күтеміз. Бұл жұмыстың мақсаттары үшін біз жоғарыда келтірілген күйдің параметрлік теңдеуінен күйдің тиімді теңдеуін табудан тұратын басқа әдісті қолдануды ұсынамыз. Осы мақсатта біз параметрлік қысым мен тығыздықты есептейміз және нәтижені қысым мен тығыздық күйінің тиімді теңдеуі ретінде сызамыз. Нәтиже сәйкесінше ақ ергежейлілер үшін 3.2.10-суретте және нейтрондық жұлдыздар үшін 3.2.11-суретте көрсетілген. Содан кейін екі жағдайда да күйдің тиімді теңдеуін политроппен жақындатуға болатынын көрсету оңай, $p = k\rho^\gamma$ 5 , $k = 5,5 \cdot 10^{-6}$ және $\gamma = 3/2$ ақ ергежейлілер үшін және $k = 7,13 \cdot 10^{19}$ және нейтрондық жұлдыздар үшін сәйкесінше $\gamma = 1,365$. Екінші жағынан, жоғарыдағы бөлімдерде біз политропты күй теңдеуі бар ішкі шешімдерді алуға болатынын көрсеттік. Осылайша, біз осы жұмыста ұсынылған әдісті тиімді политроптық күй теңдеуімен ақ ергежейлі

және нейтрондық жұлдыздардың ішкі гравитациялық өрісін сипаттау үшін қолдануға болады деген қорытындыға келдік



Сурет 3.2.10 – параметрлік Чандрасекар күй теңдеу жүйесінен алынған ақ ергежейлілерге арналған тиімді күй теңдеуі (log шкаласы).



Сурет 3.2.11 – таза азғындалған нейтрон газымен сипатталған нейтрондық жұлдыздар үшін тиімді күй теңдеуі. Мұндағы ρ_n – ядроның орташа тығыздығы.

Дегенмен, Ақ ергежейлі және нейтрондық жұлдыздар сияқты ықшам нысандар үшін, біздің көзқарасымызда өріс теңдеулерін біріктіру үшін біз астрофизикалық заттардың физикалық қасиеттерін түсіну үшін өте маңызды болып табылатын осы шамаларға ешқандай шектеулер қоя алмайтындай етіп, массаның және сәйкес радиустың мәндерін априорлы бекітуіміз керек екенін ескеру керек. Біздің көзқарасымыз бұл мәселені зерттеуге мүмкіндік бермейді. Осы мақсатта ішкі шешімнің тепе-теңдік шарттарын ескеру қажет. Сфералық

симметриялы ішкі шешімдер жағдайында бұл Толман-Оппенгеймер-Волкофф теңдеуін қарастыру арқылы орындалады. Нәтижесінде, төрт полюсті моменті бар астрофизикалық нысандардың ішкі құрылымына физикалық талдау жасау үшін осьтік симметриялы көздерді қосу үшін Толман-Оппенгеймер-Волков процедурасын жалпылау қажет.

3.2.15 Эрнандес-Пастора, Эррера және Марти Метрикасы

Эрнандес-Пастора, Эррера және Марти жақында [93] ішкі кеңістік уақытының берілген сыртқы шешімге сәйкестігіне назар аудару арқылы Эйнштейн теңдеулеріне статикалық және осьтік симметриялы ішкі шешімдерді табудың жалпы процедурасын көрсеткен болатын. Осы мақсатта өрнектеуге болатын белгілі бір жол элементі келесі түрде таңдалды:

$$ds^2 = -e^{2\hat{a}}Z(r)^2 dt^2 = \frac{e^{2\hat{g}-2\hat{a}}}{A(r)} dr^2 + e^{2\hat{g}-2\hat{a}}r^2 d\theta^2 + e^{2\hat{a}}r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \quad (3.2.67)$$

Мұндағы жалпы жағдайда \hat{a} және \hat{g} — r және θ — ның функциялары.

Ішкі шешім арасындағы байланысты табу үшін сілтемеде табылған. Сыртқы q -метрикасы және осы жұмыста ұсынылған ішкі шешімдер үшін біз (3.2.67) теңдеуде ұсынылған сызық элементімен салыстырамыз, яғни:

$$ds^2 = e^{2v}(1 + qa)dt^2 - (1 + qc + qb) \frac{dr^2}{1 - \frac{2\tilde{m}}{r}} - (1 + qc + qb)r^2 d\theta^2 - (1 - qa)r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \quad (3.2.68)$$

Координаталар жиыны сызықтың екі элементінде де бірдей болғандықтан, метрикалық функциялардың мүшесі бойынша тікелей салыстыру мүшесін орындап, теңдеулер жиынын алуға болады:

$$e^{2\hat{a}}Z^2 = e^{2v}(1 + qa) \quad (3.2.69)$$

$$e^{2\hat{g}-2\hat{a}}A^{-1} = (1 + qc + qb) \left(1 - \frac{2\tilde{m}}{r}\right)^{-1} \quad (3.2.70)$$

$$e^{2\hat{g}-2\hat{a}} = 1 + qc + qb \quad (3.2.71)$$

$$e^{-2\hat{a}} = 1 - qa$$

Әлбетте, теңдеулер арасындағы үйлесімділік. (3.2.69) және (3.2.70) кепілдік береді. Екінші жағынан, A және \tilde{m} функциялары тек r -ге тәуелді болғандықтан және олардың екеуі де r координатасын сәйкес қайта параметрлеу арқылы жұтылуы мүмкін, жалпылықты жоғалтпай, біз орнатуға болады:

$$A = 1 - \frac{2\tilde{m}}{r} \quad (3.2.72)$$

Содан кейін, теңдеулерден (3.2.69) және (3.2.70), аламыз:

$$e^{2\hat{g}-2\hat{a}} = 1 + qc + qb = 1 + qa + qb, \quad (3.2.73)$$

Бұдан:

$$a = c \quad (3.2.74)$$

екенін көреміз.

Жоғарыда табылған барлық физикалық маңызды ішкі шешімдер $a \neq c$ шартымен сипатталады. Бұдан шығатыны, бұл жұмыста алынған ішкі өлшемдерді Эрнандес-Пастора, Эррера және Марти шешімінің нақты шешімдері ретінде алу мүмкін емес.

3.2.16 Сызықтандырылған өріс теңдеулері

Жалпы алғанда, q -да бірінші ретке дейін, сызық элементінен шығатын өріс теңдеулері келесідей болады:

$$ds^2 = e^{2v}(1 + qa)dt^2 - (1 + qc + qb)\frac{dr^2}{1-\frac{2\tilde{m}}{r}} - (1 + qa + qb)r^2d\theta^2 - (1 - qa)r^2\sin^2\theta d\varphi^2 \quad (3.2.75)$$

мұнда барлық метрикалық функциялар тек r -ге тәуелді, былай жазылуы мүмкін:

$$\tilde{m}_{,r} = 4\pi\rho_0r^2 \quad (3.2.76)$$

$$\vartheta_{,r} = \frac{4\pi\rho_0r^2 - \tilde{m}}{r(r-2\tilde{m})}, \quad (3.2.77)$$

$$p_{0,r} = \frac{(4\pi\rho_0r^2 + \tilde{m})(p_0 + \rho_0)}{r(r-2\tilde{m})} \quad (3.2.78)$$

$$2r(r - 2\tilde{m})a_{,rr} + [(3p_0 - 2\rho_0)4\pi r^3 + 3r - \tilde{m}]a_{,r} + (r - 3\tilde{m} - 4p_0\pi r^3)c_{,r} - 16\pi r^2[(b + c)(\rho_0 + p_0) + \rho_1 + p_1] - 2(a - c) = 0, \quad (3.2.79)$$

$$r(r - 2\tilde{m})b_{,rr} + (r - \tilde{m} - 4\rho_0\pi r^3)b_{,r} - 2(r - 2\tilde{m})c_{,r} - 16\pi r^2[(c + b)\rho_0 + \rho_1] + 2(a - c) = 0, \quad (3.2.80)$$

$$(4p_0\pi r^3 + r - \tilde{m})(a_{,r} - c_{,r}) - 32\pi r^2[(c + b)p_0 + p_1] + 2(a - c) = 0, \quad (3.2.81)$$

$$2(4p_0\pi r^3 + \tilde{m})a_{,r} + \pi r^2[(c + b)p_0 + p_1] - 2(a - c) = 0, \quad (3.2.82)$$

$$\begin{aligned} & [4(4p_0\pi r^3 + r - \tilde{m})2 \sin^2 \theta + r(r - 2\tilde{m})\cos^2 \theta]b_{,r} + \\ & + 2[(4p_0\pi r^3 - \tilde{m})\sin^2 \theta + r](r - 2\tilde{m})a_{,r} - 2 \sin^2 \theta(4p_0\pi r^3 + \\ & + r - \tilde{m})\{8\pi r^3[(c + b)p_0 + p_1] - a + c\} = 0. \end{aligned} \quad (3.2.83)$$

Алғашқы үш теңдеу дифференциалдық теңдеулердің бөлек жиынын құрайды, оларды кез келген берілген мәннің фон тығыздығы ρ_0 үшін біріктіруге болады. Осы теңдеулер жинағынан v және \tilde{m} метрикалық функциялардың және ρ_0 фондық қысымының шешімдерін шығаруға болады. Бұл шешімдерді a , b және c метрикалық функциялардың және p_1 қысым функциясының шешімдерін табу үшін (3.2.79) – (3.2.83) теңдеулерінің екінші жинағында пайдалануға болады.

ҚОРЫТЫНДЫ

Бұл жұмыста квадрупольдық моментті ескере отырып, Эйнштейннің өріс теңдеулерінің статикалық сыртқы шешімдері тобы алынды, бұл шешімдер 5 параметрден тұрып, асимптотикалық тегіс және асимптотикалық емес тегіс шешімдерді қамтиды. Алынған шешімдер ықшам нысандардың сыртқы гравитациялық өрісін сипаттайды. Ықшам нысандар ретінде нейтронды жұлдыздар және ақ ергежейлілерді қарастырылды. Осы нысандардың сыртқы гравитациялық өрісін теориялық сипаттайтын теңдеулерінің шешімдерін табу мақсатында Керр кеңістік уақыты теңдеуі қолданылды. Бұл классикалық жалпы салыстырмалылық теориясының негізгі мәселесі болып табылады [94-96]. Керрдің қолайлы ішкі гравитациялық өріс теңдеулерінің шешімдерін табудың көптеген әдістері, соның ішінде экзотикалық материяның үлгілері мен күйдің арнайы бейімделген теңдеулерін қарастыра келе ішкі шешім мен сыртқы шешімді сәйкестендіру үшін қосымша физикалық параметрлер ұсынылды [97]. Мұндай қосымша параметрлердің ең қарапайымы кез келген шынайы массаның таралу деформациясына жауап беретін төрт полюсті момент болып табылады. Сонымен төрт полюсті моменті бар статикалық шағын астрономиялық денелердің массаның сыртқы гравитациялық өрісін сипаттау үшін тиісті метрикасын тауып оның күй теңдеуінің шешімі ұсынылды.

Айнымалы тығыздыққа ие ықшам нысандардың ішкі гравитациялық өрісі үшін, квадрупольдық моментті ескеретін Эйнштейн теңдеулерінің жаңа сфералық емес шешімдері алынды. Бұл шешімдер статикалық тамаша сұйықтықтың кеңістік уақыттары жағдайында сәйкес сызық элементін жазу арқылы жүзеге асырылды. Алынған шешімдер барлық физикалық шарттарды қанағаттандырды, атап айтқанда: заттың таралуы, массаның және ықшам объектінің радиусының шекті болуы және энергияның оң болуы. Сондай-ақ, алынған ішкі шешімдер деформацияланатын объектінің бетіндегі сыртқы жуықталған метрикамен біркелкі сәйкестендіру шартын да қанағаттандырады. Атап айтқанда, жұмыста ұсынылған теңдеулер тобы Ньютон гравитация шегіне алып келеді және ол деформацияланған массаның сыртқы өрісін сипаттау үшін пайдаланылуы мүмкін. Бұдан сыртқы шешімді ішкі сызық элементімен бірге шешімдерді іздеу үшін пайдалануға болатынын көреміз.

Қысымның тығыздықтан тәуелді тиімді күй теңдеуін ақ ергежейлі және нейтрондық жұлдыздар үшін политроптық күй теңдеуімен жуықтап шешуге болатыны анықталды. Сингулярлық қасиетке ие сыртқы метрикаға сәйкес келетін ішкі шешімдер тығыздық пен қысымның энергетикалық шарттарын қанағаттандырды. Сақталу заңдарын және мінсіз сұйықтық үшін өріс теңдеулерін ескере отырып, қысым мен тығыздықтың шамалары мен метрикалық функциясы тек кеңістіктіктегі координатаға тәуелді деген тұжырымға келдік. Алынған шешімдерді квадрупольдік моментті ескеріп, ықшам нысандар үшін гравитациялық өрісті сипаттауға болатыны анықталды. Алынған шешімдер математикалық тұрғыдан сәйкес келеді, бірақ физикалық шектелген, өйткені олар тек бір кеңістіктік координатқа тәуелді. Неғұрлым шынайы жағдай гравитациялық көздің айналуын есепке алуға сәйкес келетін

қосымша бұрыштық тәуелділігі бар шешімдерді міндетті түрде қарастыруды талап етеді. Мұнда алынған нәтижелерді айналмалы деформацияланған көздің гравитациялық өрісін дұрыс сипаттайтын Эйнштейн теңдеулерінің дәл шешімін анықтау жолындағы алғашқы қадам ретінде қарастыруға болады. Алынған нәтижелердің нақты ерекшелігі - мұнда шағын астрономиялық денелердің төрт полюстің кеңістік уақыт құрылымына және сәйкес өріс теңдеулеріне әсерін нақты қарастырылғанында болып табылады.

ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1. Thorne K. S. Relativistic Gravity. – 1970.
2. Quale A. On the dynamics of gravity and matter fields. – Oslo Univ.(Norway). Fysisk Institutt, 1969. – №. INIS-MF--1399.
3. Kirkwood R. L. The physical basis of gravitation //Physical Review. – 1953. – Т. 92. – №. 6. – С. 1557.
4. Hillman Y. et al. Growing white dwarfs to the Chandrasekhar limit: the parameter space of the single degenerate SN Ia channel //The Astrophysical Journal. – 2016. – Т. 819. – №. 2. – С. 168.
5. R.H. Fowler: Dense matter, MNRAS 87, 114 (1926).
6. S. Chandrasekhar: The maximum mass of ideal white dwarfs, ApJ 74, 81 (1931)
7. J.R. Oppenheimer, G.M. Volkoff: On massive neutron cores, Phys. Rev. 55, 374 (1939)
8. R.C. Tolman: Static solution of Einstein's equations for spheres of fluids, Phys. Rev. 55, 364 (1939)
9. U.H. Gerlach: Equation of state at supranuclear densities and the existence of a third family of superdense stars, Phys. Rev. 172, 1325 (1968)
10. A. Akmal, V.R. Pandharipande, D.G. Ravenhall: Equation of state of nucleon matter and neutron star structure, Phys. Rev. C 58, 1804 (1998)
11. P. Haensel, J.L. Zdunik, R. Schaeffer: Strange quark stars, A&A 160, 121 (1986)
12. J.-P. Luminet: Black holes: A general introduction, in Black Holes: Theory and Observation, eds. F. Hehl, C. Kiefer, R. Metzler, Lecture Notes in Physics, p. 3 (Springer-Verlag, Berlin 1998)
13. K.H. Prendergast, G.R. Burbidge: On the nature of some Galactic X-ray sources, ApJ 151, L83 (1968)
14. E.P.T. Liang, R.H. Price: Accretion disk coronae and Cygnus X-1, ApJ 218, 247 (1977)
15. Janis A. I., Newman E. T. Structure of gravitational sources //Journal of Mathematical Physics. – 1965. – Т. 6. – №. 6. – С. 902-914.
16. Couch W. E. et al. Tail of a gravitational wave //Journal of Mathematical Physics. – 1968. – Т. 9. – №. 3. – С. 484-496.
17. Newman E., Penrose R. An approach to gravitational radiation by a method of spin coefficients //Journal of Mathematical Physics. – 1962. – Т. 3. – №. 3. – С. 566-578.
18. Penrose R. A spinor approach to general relativity //Annals of Physics. – 1960. – Т. 10. – №. 2. – С. 171-201.
19. Pirani F. A. E. Lectures on General Relativity, Brandeis Summer Institute in Theoretical Physics, Vol. 1. – 1964.
20. Bonnor W. B., Rotenberg M. A. Gravitational waves from isolated sources //Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. – 1966. – Т. 289. – №. 1417. – С. 247-274.
21. Bonnor W. B. Spherical gravitational waves //Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. – 1959. – Т. 251. – №. 994. – С. 233-271.
22. Rotenberg M. A. Loss of gravitational mass of a rotating rod as outgoing gravitational radiation //Journal of Physics A: General Physics. – 1972. – Т. 5. – №. 2. – С. 198.

23. Sachs R. Asymptotic symmetries in gravitational theory //Physical Review. – 1962. – Т. 128. – №. 6. – С. 2851.
24. Mansurova A. A. et al. Согласование условий для внутреннего и внешнего пространства-времени астрофизических компактных объектов //Вестник. Серия Физическая (ВКФ). – 2019. – Т. 71. – №. 4. – С. 45-50.
25. Rotenberg M. A. Loss of gravitational mass of a rotating rod as outgoing gravitational radiation //Journal of Physics A: General Physics. – 1972. – Т. 5. – №. 2. – С. 198.
26. Zipoy D. M. Topology of some spheroidal metrics //Journal of Mathematical Physics. – 1966. – Т. 7. – №. 6. – С. 1137-1143.
27. Voorhees V. H. Static axially symmetric gravitational fields //Physical Review D. – 1970. – Т. 2. – №. 10. – С. 2119.
28. Abishev M. E. et al. Стационарное вакуумное решение уравнений Эйнштейна //Вестник. Серия Физическая (ВКФ). – 2019. – Т. 69. – №. 2. – С. 4-9..
29. Papadopoulos D., Stewart B., Witten L. Some properties of a particular static, axially symmetric space-time //Physical Review D. – 1981. – Т. 24. – №. 2. – С. 320.
30. Herrera L., Pastora J. L. H. Measuring multipole moments of Weyl metrics by means of gyroscopes //Journal of Mathematical Physics. – 2000. – Т. 41. – №. 11. – С. 7544-7555.
31. Herrera L., Magli G., Malafarina D. Non-spherical sources of static gravitational fields: Investigating the boundaries of the no-hair theorem //General Relativity and Gravitation. – 2005. – Т. 37. – №. 8. – С. 1371-1383.
32. Абишев М. Е. и др. Определения релятивистских мультипольных моментов в ньютоновской гравитации массивных объектов //Вестник Казахского национального университета. Серия физическая. – 2020. – №. 1. – С. 11-18.
33. Kodama H., Hikida W. Global structure of the Zipoy–Voorhees–Weyl spacetime and the $\delta=2$ Tomimatsu–Sato spacetime //Classical and Quantum Gravity. – 2003. – Т. 20. – №. 23. – С. 5121.
34. Quevedo H. Mass quadrupole as a source of naked singularities //International Journal of Modern Physics D. – 2011. – Т. 20. – №. 10. – С. 1779-1787.
35. Bergmann P. G. Relativity: The General Theory. J. L. Synge. North-Holland, Amsterdam; Interscience, New York, 1960. xvi+ 506 pp. Illus. \$16.50 //Science. – 1960. – Т. 132. – №. 3444. – С. 1933-1934.
36. Quevedo H. Multipole moments in general relativity—static and stationary vacuum solutions— //Fortschritte der Physik/Progress of Physics. – 1990. – Т. 38. – №. 10. – С. 733-840.
37. Geroch R. Multipole moments. I. Flat space //Journal of Mathematical Physics. – 1970. – Т. 11. – №. 6. – С. 1955-1961.
38. Geroch R. Multipole moments. II. Curved space //Journal of Mathematical Physics. – 1970. – Т. 11. – №. 8. – С. 2580-2588.
39. Quevedo H. Multipolar solutions //arXiv preprint arXiv:1201.1608. – 2012.
40. Kerr R. P. Gravitational field of a spinning mass as an example of algebraically special metrics //Physical review letters. – 1963. – Т. 11. – №. 5. – С. 237.
41. Stephani H. et al. Exact solutions of Einstein's field equations. – Cambridge university press, 2009.

42. Hernández-Pastora J. L. Herrera, L2017PhRvD. 95b4003H. vol. 95 //Phys. Rev. D. – 2017. – C. 024003.
43. Quevedo H. Mass quadrupole as a source of naked singularities //International Journal of Modern Physics D. – 2011. – T. 20. – №. 10. – C. 1779-1787.
44. Zipoy D. M. Topology of some spheroidal metrics //Journal of Mathematical Physics. – 1966. – T. 7. – №. 6. – C. 1137-1143.
45. Voorhees B. H. Static axially symmetric gravitational fields //Physical Review D. – 1970. – T. 2. – №. 10. – C. 2119.
46. Malafarina D. Physical properties of the sources of the gamma metric //Dynamics and Thermodynamics of Blackholes and Naked Singularities. – 2004. – C. 20.
47. Allahyari A., Firouzjahi H., Mashhoon B. Quasinormal modes of a black hole with quadrupole moment //Physical Review D. – 2019. – T. 99. – №. 4. – C. 044005.
48. Herrera L., Paiva F. M., Santos N. O. Geodesics in the γ Spacetime //International Journal of Modern Physics D. – 2000. – T. 9. – №. 06. – C. 649-659.
49. Chowdhury A. N. et al. Circular geodesics and accretion disks in the Janis-Newman-Winicour and gamma metric spacetimes //Physical Review D. – 2012. – T. 85. – №. 10. – C. 104031.
50. Abishev M. et al. Accretion disks around a mass with quadrupole //Gravitation, Astrophysics, and Cosmology: Proceedings of the Twelfth Asia-Pacific International Conference on Gravitation, Astrophysics, and Cosmology. – 2016. – C. 185-186.
51. Boshkayev K. et al. Motion of test particles in the field of a naked singularity //Physical Review D. – 2016. – T. 93. – №. 2. – C. 024024.
52. Hernandez Jr W. C. Static, axially symmetric, interior solution in general relativity //Physical Review. – 1967. – T. 153. – №. 5. – C. 1359.
53. Stewart B. W. et al. An interior solution for the gamma metric //General Relativity and Gravitation. – 1982. – T. 14. – №. 1. – C. 97-103.
54. Martin-Prats M., Senovilla J. M. M. Matching of stationary axisymmetric space-times //Rotating Objects and Relativistic Physics. – Springer, Berlin, Heidelberg, 1993. – C. 136-140.
55. Herrera L., Magli G., Malafarina D. Non-spherical sources of static gravitational fields: Investigating the boundaries of the no-hair theorem //General Relativity and Gravitation. – 2005. – T. 37. – №. 8. – C. 1371-1383.
56. Frutos-Alfaro F., Quevedo H., Sanchez P. A. Comparison of vacuum static quadrupolar metrics //Royal Society open science. – 2018. – T. 5. – №. 5. – C. 170826.
57. Boshkayev K. et al. On the equivalence of approximate stationary axially symmetric solutions of the Einstein field equations //Gravitation and Cosmology. – 2016. – T. 22. – №. 4. – C. 305-311.
58. Hernandez-Pastora J. L., Herrera L., Martin J. Axially symmetric static sources of gravitational field //Classical and Quantum Gravity. – 2016. – T. 33. – №. 23. – C. 235005.
59. Toktarbay S., Quevedo H. A stationary q-metric //Gravitation and Cosmology. – 2014. – T. 20. – №. 4. – C. 252-254.
60. Frutos-Alfaro F., Soffel M. On relativistic multipole moments of stationary space-times //Royal Society open science. – 2018. – T. 5. – №. 7. – C. 180640.

61. Geroch R. Multipole moments. I. Flat space //Journal of Mathematical Physics. – 1970. – T. 11. – №. 6. – C. 1955-1961.
62. Geroch R. Multipole moments. II. Curved space //Journal of Mathematical Physics. – 1970. – T. 11. – №. 8. – C. 2580-2588.
63. Quevedo H. Multipolar solutions //arXiv preprint arXiv:1201.1608. – 2012.
64. Herrera L. et al. Axially symmetric static sources: A general framework and some analytical solutions //Physical Review D. – 2013. – T. 87. – №. 2. – C. 024014.
65. Quevedo H., Toktarbay S. Generating static perfect-fluid solutions of Einstein's equations //Journal of Mathematical Physics. – 2015. – T. 56. – №. 5. – C. 052502.
66. Zeldovich I. B. et al. Relativistic astrophysics, 2: The structure and evolution of the Universe. – University of Chicago press, 1971. – T. 2.
67. Anile A. M. Relativistic fluids and magneto-fluids //Relativistic Fluids and Magneto-fluids. – 2005.
68. Kepler S. O. et al. White dwarf and subdwarf stars in the Sloan Digital Sky Survey data release 14 //Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2019. – T. 486. – №. 2. – C. 2169-2183.
69. Gentile Fusillo N. P. et al. A Gaia Data Release 2 catalogue of white dwarfs and a comparison with SDSS //Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2019. – T. 482. – №. 4. – C. 4570-4591.
70. Kilic M. et al. The 100 pc white dwarf sample in the SDSS footprint //The Astrophysical Journal. – 2020. – T. 898. – №. 1. – C. 84.
71. Coleman Miller M., K Lamb F. Observational constraints on neutron star masses and radii //The European Physical Journal A. – 2016. – T. 52. – №. 3. – C. 1-20.
72. Zhao R. S. et al. 5.0 GHz TMRT observations of 71 pulsars //The Astrophysical Journal. – 2019. – T. 874. – №. 1. – C. 64.
73. Guillot S. et al. NICER x-ray observations of seven nearby rotation-powered millisecond pulsars //The Astrophysical journal letters. – 2019. – T. 887. – №. 1. – C. L27.
74. Bogdanov S. et al. Constraining the neutron star mass–radius relation and dense matter equation of state with NICER. i. the millisecond pulsar x-ray data set //The Astrophysical Journal Letters. – 2019. – T. 887. – №. 1. – C. L25.
75. Landry P., Essick R., Chatziioannou K. Nonparametric constraints on neutron star matter with existing and upcoming gravitational wave and pulsar observations //arXiv preprint arXiv:2003.04880. – 2020.
76. Chandrasekhar S. The maximum mass of ideal white dwarfs //The Astrophysical Journal. – 1931. – T. 74. – C. 81.
77. Zel'dovich Y. B., Novikov I. D. Theory of gravity and star evolution. Moscow, //Science. – 1971.
78. Shapiro S. L., Teukolsky S. A. Research supported by the National Science Foundation. – 1983.
79. Salpeter E. E. Energy and pressure of a zero-temperature plasma //The Astrophysical Journal. – 1961. – T. 134. – C. 669.
80. Rotondo M. et al. Relativistic Feynman-Metropolis-Teller theory for white dwarfs in general relativity //Physical Review D. – 2011. – T. 84. – №. 8. – C. 084007.

81. Chavanis P. H. Statistical mechanics of self-gravitating systems in general relativity: I. The quantum Fermi gas //The European Physical Journal Plus. – 2020. – T. 135. – №. 3. – C. 1-79.
82. Baiko D. A., Yakovlev D. G. Quantum ion thermodynamics in liquid interiors of white dwarfs //Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2019. – T. 490. – №. 4. – C. 5839-5847.
83. Haensel A. Y. Potekhin, and DG Yakovlev //Neutron Stars. – 2007. – T. 1.
84. Koester D., Chanmugam G. Physics of white dwarf stars //Reports on Progress in Physics. – 1990. – T. 53. – №. 7. – C. 837.
85. de Carvalho S. M. et al. Relativistic Feynman-Metropolis-Teller treatment at finite temperatures //Physical Review C. – 2014. – T. 89. – №. 1. – C. 015801.
86. Bauswein A. et al. Equation of state constraints from the threshold binary mass for prompt collapse of neutron star mergers //Physical Review Letters. – 2020. – T. 125. – №. 14. – C. 141103.
87. Boshkayev K. A., Rueda J. A., Zhami B. A. Zh. A. Kalymova and G. Sh. Balgymbekov //Int. J. Mod. Phys.: Conf. Ser. – 2016.
88. Boshkayev K. et al. Mass-radius relations of white dwarfs at finite temperatures //The Fourteenth Marcel Grossmann Meeting On Recent Developments in Theoretical and Experimental General Relativity, Astrophysics, and Relativistic Field Theories: Proceedings of the MG14 Meeting on General Relativity, University of Rome “La Sapienza”, Italy, 12–18 July 2015. – 2018. – C. 4287-4290.
89. Faussurier G. Relativistic finite-temperature Thomas-Fermi model //Physics of Plasmas. – 2017. – T. 24. – №. 11. – C. 112901.
90. Fantoni R. White-dwarf equation of state and structure: the effect of temperature //Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. – 2017. – T. 2017. – №. 11. – C. 113101.
91. Belvedere R. et al. Uniformly rotating neutron stars in the global and local charge neutrality cases //Nuclear Physics A. – 2014. – T. 921. – C. 33-59.
92. Raaijmakers G. et al. Constraining the dense matter equation of state with joint analysis of NICER and LIGO/Virgo measurements //The Astrophysical Journal Letters. – 2020. – T. 893. – №. 1. – C. L21.
93. Burgio G. F., Vidaña I. The Equation of State of Nuclear Matter: From Finite Nuclei to Neutron Stars //Universe. – 2020. – T. 6. – №. 8. – C. 119.
94. Chatziioannou K. Neutron-star tidal deformability and equation-of-state constraints //General Relativity and Gravitation. – 2020. – T. 52. – №. 11. – C. 1-49.
95. Pretel J. M. Z. Equilibrium, radial stability and non-adiabatic gravitational collapse of anisotropic neutron stars //The European Physical Journal C. – 2020. – T. 80. – №. 8. – C. 1-16.
96. Abishev M. et al. Approximate perfect fluid solutions with quadrupole moment //International Journal of Modern Physics D. – 2021. – T. 30. – №. 13. – C. 2150096.
97. Drischler C. et al. How well do we know the neutron-matter equation of state at the densities inside neutron stars? A Bayesian approach with correlated uncertainties //Physical Review Letters. – 2020. – T. 125. – №. 20. – C. 202702.

